Lógica en Acción

Capítulo 4: El Mundo de Acuerdo a la Lógica de Predicados

http://www.logicinaction.org/

Describiendo mas detalles

Enunciado	Traducción proposicional
Juan lee	
Juan camina	

Describiendo mas detalles

Enunciado	**Traducción proposicional**
Juan lee	$\boldsymbol{p}$
Juan camina	

Describiendo mas detalles

Enunciado	**Traducción proposicional**
Juan lee	p
Juan camina	q

Describiendo mas detalles

Enunciado	**Traducción proposicional**
Juan lee	$\boldsymbol{p}$
Juan camina	$\boldsymbol{q}$

Los dos enunciados hablan acerca de Juan, pero esto se pierde en la traducción.

Describiendo mas detalles

Enunciado	**Traducción proposicional**
Juan lee	p
Juan camina	q

Los dos enunciados hablan acerca de Juan, pero esto se pierde en la traducción.

Con un lenguaje que incluye predicados ...

Describiendo mas detalles

Enunciado	Traducción proposicional
Juan lee	p
Juan camina	q

Los dos enunciados hablan acerca de Juan, pero esto se pierde en la traducción.

Con un lenguaje que incluye predicados . . .

Enunciado	Traducción con predicados
Juan lee	
Juan camina	

Describiendo mas detalles

Enunciado	**Traducción proposicional**
Juan lee	$\boldsymbol{p}$
Juan camina	$\boldsymbol{q}$

Los dos enunciados hablan acerca de Juan, pero esto se pierde en la traducción.

Con un lenguaje que incluye predicados ...

Enunciado	**Traducción con predicados**
Juan lee	$\boldsymbol{Lj}$
Juan camina	

Describiendo mas detalles

Enunciado	Traducción proposicional
Juan lee	p
Juan camina	q

Los dos enunciados hablan acerca de Juan, pero esto se pierde en la traducción.

Con un lenguaje que incluye predicados ...

Enunciado	Traducción con predicados
Juan lee	Lj
Juan camina	Cj

Los nuevos componentes

El lenguaje de la **lógica de predicados** nos permite

Los nuevos componentes

El lenguaje de la **lógica de predicados** nos permite

1. hablar acerca de objetos, sus propiedades, y sus relaciones, y

Los nuevos componentes

El lenguaje de la **lógica de predicados** nos permite

1. hablar acerca de objetos, sus propiedades, y sus relaciones, y
2. usar cuantificación **universal** y **existencial**.

Los ingredientes

Los ingredientes

1. Símbolos representando **constantes**:

$$\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}, \boldsymbol{c}, \ldots$$

Los ingredientes

1. Símbolos representando **constantes**:

$$\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}, \boldsymbol{c}, \ldots$$

2. Símbolos representando **variables**:

$$\boldsymbol{x}, \boldsymbol{y}, \boldsymbol{z}, \ldots$$

Los ingredientes

1. Símbolos representando **constantes**:

$$a, b, c, \ldots$$

2. Símbolos representando **variables**:

$$x, y, z, \ldots$$

3. Símbolos representando **predicados**:

$$A, B, C, \ldots P, Q, R, \ldots$$

Los ingredientes

1. Símbolos representando **constantes**:

$$a, b, c, \ldots$$

2. Símbolos representando **variables**:

$$x, y, z, \ldots$$

3. Símbolos representando **predicados**:

$$A, B, C, \ldots P, Q, R, \ldots$$

4. **Operadores** lógicos:

$$\neg, \wedge, \vee, \rightarrow, \leftrightarrow$$

Los ingredientes

1. Símbolos representando **constantes**:

$$\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}, \boldsymbol{c}, \ldots$$

2. Símbolos representando **variables**:

$$\boldsymbol{x}, \boldsymbol{y}, \boldsymbol{z}, \ldots$$

3. Símbolos representando **predicados**:

$$\boldsymbol{A}, \boldsymbol{B}, \boldsymbol{C}, \ldots \boldsymbol{P}, \boldsymbol{Q}, \boldsymbol{R}, \ldots$$

4. **Operadores** lógicos:

$$\neg, \wedge, \vee, \rightarrow, \leftrightarrow$$

5. **Cuantificadores**

$\forall \boldsymbol{x}$ ("**para todo** $\boldsymbol{x}$") and $\exists \boldsymbol{x}$ ("**existe un** $\boldsymbol{x}$")

Ejemplo: enunciados silogísticos

Ejemplo: enunciados silogísticos

Todo $\boldsymbol{A}$ es $\boldsymbol{B}$ $\quad\quad$ $\forall x(Ax \rightarrow Bx)$

$$\boxed{\forall x(Ax \rightarrow Bx)}$$

Ejemplo: enunciados silogísticos

Todo A **es** B $\forall x(Ax \to Bx)$

Existe un A **que es** B $\exists x(Ax \wedge Bx)$

$$\boxed{\forall x(Ax \to Bx)}$$

$$\boxed{\exists x(Ax \wedge Bx)}$$

Ejemplo: enunciados silogísticos

Todo *A* es *B*	$\forall x(Ax \to Bx)$
Existe un *A* que es *B*	$\exists x(Ax \wedge Bx)$
Todo *A* es no *B* (Ningún *A* es *B*)	$\forall x(Ax \to \neg Bx)$ $\big(\neg\exists x(Ax \wedge Bx)\big)$

$$\boxed{\forall x(Ax \to Bx)}$$

$$\boxed{\begin{array}{c}\forall x(Ax \to \neg Bx) \\ \big(\neg\exists x(Ax \wedge Bx)\big)\end{array}}$$

$$\boxed{\exists x(Ax \wedge Bx)}$$

Ejemplo: enunciados silogísticos

Todo A es B	$\forall x(Ax \to Bx)$
Existe un A que es B	$\exists x(Ax \land Bx)$
Todo A es no B (Ningún A es B)	$\forall x(Ax \to \neg Bx)$ $(\neg\exists x(Ax \land Bx))$
Existe un A que no es B (No todo A es B)	$\exists x(Ax \land \neg Bx)$ $(\neg\forall x(Ax \to Bx))$

$\boxed{\forall x(Ax \to Bx)}$

$\boxed{\forall x(Ax \to \neg Bx)\ (\neg\exists x(Ax \land Bx))}$

$\boxed{\exists x(Ax \land Bx)}$

$\boxed{\exists x(Ax \land \neg Bx)\ (\neg\forall x(Ax \to Bx))}$

Ejemplo: enunciados silogísticos

Todo A es B	$\forall x(Ax \to Bx)$
Existe un A que es B	$\exists x(Ax \wedge Bx)$
Todo A es no B (Ningún A es B)	$\forall x(Ax \to \neg Bx)$ $\big(\neg\exists x(Ax \wedge Bx)\big)$
Existe un A que no es B (No todo A es B)	$\exists x(Ax \wedge \neg Bx)$ $\big(\neg\forall x(Ax \to Bx)\big)$

$\forall x(Ax \to Bx)$

$\forall x(Ax \to \neg Bx)$
$\big(\neg\exists x(Ax \wedge Bx)\big)$

$\exists x(Ax \wedge Bx)$

$\exists x(Ax \wedge \neg Bx)$
$\big(\neg\forall x(Ax \to Bx)\big)$

Pero podemos hacer más

Pero podemos hacer más

- Podemos hablar de **relaciones** entre dos o mas objetos:

Juan ve a María:
María ver a Juan:
Juan le da el libro a María:

Pero podemos hacer más

- Podemos hablar de **relaciones** entre dos o mas objetos:

Juan ve a María:	Vjm
María ver a Juan:	
Juan le da el libro a María:	

Pero podemos hacer más

- Podemos hablar de **relaciones** entre dos o mas objetos:

Juan ve a María:	Vjm
María ver a Juan:	Vmj
Juan le da el libro a María:	

Pero podemos hacer más

- Podemos hablar de **relaciones** entre dos o mas objetos:

Juan ve a María:	Vjm
María ver a Juan:	Vmj
Juan le da el libro a María:	$Djlm$

Pero podemos hacer más

- Podemos hablar de **relaciones** entre dos o mas objetos:

Juan ve a María:	Vjm
María ver a Juan:	Vmj
Juan le da el libro a María:	$Djlm$

- Podemos **cuantificar de manera mas compleja**:

Todos ven a alguien:
Alguien ve a todos:
Todos son vistos por alguien:
Alguien es visto por todos:

Pero podemos hacer más

- Podemos hablar de **relaciones** entre dos o mas objetos:

Juan ve a María:	$\boldsymbol{Vjm}$
María ver a Juan:	$\boldsymbol{Vmj}$
Juan le da el libro a María:	$\boldsymbol{Djlm}$

- Podemos **cuantificar de manera mas compleja**:

Todos ven a alguien:	$\forall \boldsymbol{x} \exists \boldsymbol{y} (\boldsymbol{Vxy})$
Alguien ve a todos:	
Todos son vistos por alguien:	
Alguien es visto por todos:	

Pero podemos hacer más

- Podemos hablar de **relaciones** entre dos o mas objetos:

Juan ve a María:	$\boldsymbol{Vjm}$
María ver a Juan:	$\boldsymbol{Vmj}$
Juan le da el libro a María:	$\boldsymbol{Djlm}$

- Podemos **cuantificar de manera mas compleja**:

Todos ven a alguien:	$\forall \boldsymbol{x} \exists \boldsymbol{y}(\boldsymbol{Vxy})$
Alguien ve a todos:	$\exists \boldsymbol{x} \forall \boldsymbol{y}(\boldsymbol{Vxy})$
Todos son vistos por alguien:	
Alguien es visto por todos:	

Pero podemos hacer más

- Podemos hablar de **relaciones** entre dos o mas objetos:

Juan ve a María:	Vjm
María ver a Juan:	Vmj
Juan le da el libro a María:	$Djlm$

- Podemos **cuantificar de manera mas compleja**:

Todos ven a alguien:	$\forall x \exists y (Vxy)$
Alguien ve a todos:	$\exists x \forall y (Vxy)$
Todos son vistos por alguien:	$\forall x \exists y (Vyx)$
Alguien es visto por todos:	

Pero podemos hacer más

- Podemos hablar de **relaciones** entre dos o mas objetos:

Juan ve a María:	Vjm
María ver a Juan:	Vmj
Juan le da el libro a María:	$Djlm$

- Podemos **cuantificar de manera mas compleja**:

Todos ven a alguien:	$\forall x \exists y (Vxy)$
Alguien ve a todos:	$\exists x \forall y (Vxy)$
Todos son vistos por alguien:	$\forall x \exists y (Vyx)$
Alguien es visto por todos:	$\exists x \forall y (Vyx)$

Ejemplos

Axy	–	x ama a y
Mx	–	x es mujer
Hx	–	x es hombre

Ejemplos

Axy	–	x ama a y
Mx	–	x es mujer
Hx	–	x es hombre

Todo hombre ama a una mujer

Ejemplos

Axy	–	x ama a y
Mx	–	x es mujer
Hx	–	x es hombre

Todo hombre ama a una mujer $\quad \forall x\big(Hx \rightarrow \underline{\varphi(x)}\big)$

Ejemplos

Axy	–	x ama a y
Mx	–	x es mujer
Hx	–	x es hombre

Todo hombre ama a una mujer $\qquad \forall x(Hx \to \underline{\varphi(x)})$

x ama a una mujer $\qquad \varphi(x)$

Ejemplos

$\boldsymbol{Axy}$	–	$\boldsymbol{x}$ ama a $\boldsymbol{y}$
$\boldsymbol{Mx}$	–	$\boldsymbol{x}$ es mujer
$\boldsymbol{Hx}$	–	$\boldsymbol{x}$ es hombre

Todo hombre ama a una mujer $\qquad \forall \boldsymbol{x}(\boldsymbol{Hx} \to \underline{\boldsymbol{\varphi}(\boldsymbol{x})})$

$\boldsymbol{x}$ ama a una mujer $\qquad \exists \boldsymbol{y}(\boldsymbol{My} \wedge \boldsymbol{Axy})$

Ejemplos

$\boldsymbol{Axy}$	– $\boldsymbol{x}$ ama a $\boldsymbol{y}$
$\boldsymbol{Mx}$	– $\boldsymbol{x}$ es mujer
$\boldsymbol{Hx}$	– $\boldsymbol{x}$ es hombre

Todo hombre ama a una mujer $\forall \boldsymbol{x}(\boldsymbol{Hx} \rightarrow \underline{\exists \boldsymbol{y}(\boldsymbol{My} \wedge \boldsymbol{Axy})})$

Ejemplos

Axy	– x ama a y
Mx	– x es mujer
Hx	– x es hombre

Todo hombre ama a una mujer $\forall x(Hx \to \exists y(My \wedge Axy))$

Ejemplos

Axy	– x ama a y
Mx	– x es mujer
Hx	– x es hombre

Todo hombre ama a una mujer $\forall x(Hx \to \exists y(My \wedge Axy))$

Toda mujer que ama a todo
hombre no ama a toda mujer

Ejemplos

$\boldsymbol{Axy}$	–	$\boldsymbol{x}$ ama a $\boldsymbol{y}$
$\boldsymbol{Mx}$	–	$\boldsymbol{x}$ es mujer
$\boldsymbol{Hx}$	–	$\boldsymbol{x}$ es hombre

Todo hombre ama a una mujer $\forall \boldsymbol{x}\big(\boldsymbol{Hx} \to \exists \boldsymbol{y}(\boldsymbol{My} \land \boldsymbol{Axy})\big)$

Toda mujer que ama a todo hombre no ama a toda mujer $\forall \boldsymbol{x}\Big(\big(\boldsymbol{Mx} \land \underline{\boldsymbol{\varphi}(\boldsymbol{x})}\big) \to \underline{\boldsymbol{\psi}(\boldsymbol{x})}\Big)$

Ejemplos

Axy	–	x ama a y
Mx	–	x es mujer
Hx	–	x es hombre

Todo hombre ama a una mujer $\forall x\big(Hx \rightarrow \exists y(My \wedge Axy)\big)$

Toda mujer que ama a todo hombre no ama a toda mujer $\forall x\Big(\big(Mx \wedge \underline{\varphi(x)}\big) \rightarrow \underline{\psi(x)}\Big)$

x ama a todo hombre $\varphi(x)$

x no ama a toda mujer $\psi(x)$

Ejemplos

Axy	–	x ama a y
Mx	–	x es mujer
Hx	–	x es hombre

Todo hombre ama a una mujer $\forall x\big(Hx \to \exists y(My \wedge Axy)\big)$

Toda mujer que ama a todo hombre no ama a toda mujer $\forall x\Big(\big(Mx \wedge \underline{\varphi(x)}\big) \to \underline{\psi(x)}\Big)$

- x ama a todo hombre $\forall y(Hy \to Axy)$
- x no ama a toda mujer $\psi(x)$

Ejemplos

Axy	– x ama a y
Mx	– x es mujer
Hx	– x es hombre

Todo hombre ama a una mujer $\forall x(Hx \to \exists y(My \wedge Axy))$

Toda mujer que ama a todo hombre no ama a toda mujer $\forall x\Big((Mx \wedge \underline{\varphi(x)}) \to \underline{\psi(x)}\Big)$

- x ama a todo hombre $\forall y(Hy \to Axy)$
- x no ama a toda mujer $\neg\forall z(Mz \to Axz)$

Ejemplos

Axy	–	x ama a y
Mx	–	x es mujer
Hx	–	x es hombre

Todo hombre ama a una mujer $\forall x\big(Hx \to \exists y(My \wedge Axy)\big)$

Toda mujer que ama a todo hombre no ama a toda mujer $\forall x\Big(\big(Mx \wedge \underline{\forall y(Hy \to Axy)}\big) \to \underline{\psi(x)}\Big)$

Ejemplos

Axy	$-$ x ama a y
Mx	$-$ x es mujer
Hx	$-$ x es hombre

Todo hombre ama a una mujer $\forall x\big(Hx \to \exists y(My \wedge Axy)\big)$

Toda mujer que ama a todo hombre no ama a toda mujer $$\forall x\Big(\big(Mx \wedge \underline{\forall y(Hy \to Axy)}\big) \to \underline{\neg\forall z(Mz \to Axz)}\Big)$$

Ejemplos

Axy	$-$ x ama a y
Mx	$-$ x es mujer
Hx	$-$ x es hombre

Todo hombre ama a una mujer $\forall x\big(Hx \rightarrow \exists y(My \wedge Axy)\big)$

Toda mujer que ama a todo hombre no ama a toda mujer $\forall x\Big(\big(Mx \wedge \forall y(Hy \rightarrow Axy)\big) \rightarrow \neg\forall z(Mz \rightarrow Axz)\Big)$

Equivalencias intuitivas

Equivalencias intuitivas

- $\neg \forall x \, \varphi x$ equivale a $\exists x \, \neg \varphi x$

Equivalencias intuitivas

- $\neg\forall x\, \varphi x$ equivale a $\exists x\, \neg\varphi x$
- $\neg\exists x\, \varphi x$ equivale a $\forall x\, \neg\varphi x$

Equivalencias intuitivas

- $\neg\forall x\, \varphi x$ equivale a $\exists x\, \neg\varphi x$
- $\neg\exists x\, \varphi x$ equivale a $\forall x\, \neg\varphi x$
- $\forall x\, \varphi x$ equivale a $\neg\exists x\, \neg\varphi x$

Equivalencias intuitivas

- $\neg\forall x\, \varphi x$ equivale a $\exists x\, \neg\varphi x$
- $\neg\exists x\, \varphi x$ equivale a $\forall x\, \neg\varphi x$
- $\forall x\, \varphi x$ equivale a $\neg\exists x\, \neg\varphi x$
- $\exists x\, \varphi x$ equivale a $\neg\forall x\, \neg\varphi x$

Equivalencias intuitivas

- $\neg\forall x\, \varphi x$ equivale a $\exists x\, \neg\varphi x$
- $\neg\exists x\, \varphi x$ equivale a $\forall x\, \neg\varphi x$
- $\forall x\, \varphi x$ equivale a $\neg\exists x\, \neg\varphi x$
- $\exists x\, \varphi x$ equivale a $\neg\forall x\, \neg\varphi x$
- $\neg\forall x\, (\varphi x \to \psi x)$ equivale a $\exists x\, \neg(\varphi x \to \psi x)$

Equivalencias intuitivas

• $\neg\forall x\, \varphi x$	equivale a	$\exists x\, \neg\varphi x$
• $\neg\exists x\, \varphi x$	equivale a	$\forall x\, \neg\varphi x$
• $\forall x\, \varphi x$	equivale a	$\neg\exists x\, \neg\varphi x$
• $\exists x\, \varphi x$	equivale a	$\neg\forall x\, \neg\varphi x$
• $\neg\forall x\, (\varphi x \to \psi x)$	equivale a	$\exists x\, \neg(\varphi x \to \psi x)$
	equivale a	$\exists x\, (\varphi x \wedge \neg\psi)$

Equivalencias intuitivas

- $\neg\forall x\, \varphi x$ equivale a $\exists x\, \neg\varphi x$
- $\neg\exists x\, \varphi x$ equivale a $\forall x\, \neg\varphi x$
- $\forall x\, \varphi x$ equivale a $\neg\exists x\, \neg\varphi x$
- $\exists x\, \varphi x$ equivale a $\neg\forall x\, \neg\varphi x$
- $\neg\forall x\, (\varphi x \to \psi x)$ equivale a $\exists x\, \neg(\varphi x \to \psi x)$
  equivale a $\exists x\, (\varphi x \wedge \neg\psi)$
- $\forall x\, (\varphi x \to \neg\psi x)$ equivale a $\neg\exists x\, \neg(\varphi x \to \neg\psi x)$

Equivalencias intuitivas

•	$\neg\forall x\,\varphi x$	equivale a	$\exists x\,\neg\varphi x$
•	$\neg\exists x\,\varphi x$	equivale a	$\forall x\,\neg\varphi x$
•	$\forall x\,\varphi x$	equivale a	$\neg\exists x\,\neg\varphi x$
•	$\exists x\,\varphi x$	equivale a	$\neg\forall x\,\neg\varphi x$
•	$\neg\forall x\,(\varphi x \to \psi x)$	equivale a	$\exists x\,\neg(\varphi x \to \psi x)$
		equivale a	$\exists x\,(\varphi x \land \neg\psi)$
•	$\forall x\,(\varphi x \to \neg\psi x)$	equivale a	$\neg\exists x\,\neg(\varphi x \to \neg\psi x)$
		equivale a	$\neg\exists x\,(\varphi x \land \psi x)$

Equivalencias intuitivas

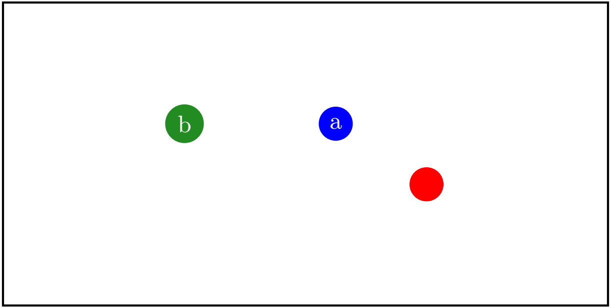
- $\neg\forall x\,\varphi x$ equivale a $\exists x\,\neg\varphi x$
- $\neg\exists x\,\varphi x$ equivale a $\forall x\,\neg\varphi x$
- $\forall x\,\varphi x$ equivale a $\neg\exists x\,\neg\varphi x$
- $\exists x\,\varphi x$ equivale a $\neg\forall x\,\neg\varphi x$
- $\neg\forall x\,(\varphi x \to \psi x)$ equivale a $\exists x\,\neg(\varphi x \to \psi x)$
  equivale a $\exists x\,(\varphi x \wedge \neg\psi)$
- $\forall x\,(\varphi x \to \neg\psi x)$ equivale a $\neg\exists x\,\neg(\varphi x \to \neg\psi x)$
  equivale a $\neg\exists x\,(\varphi x \wedge \psi x)$
- $\forall x\,(\varphi x \wedge \psi x)$ equivale a $\forall x\,\varphi x \wedge \forall x\,\psi x$

Equivalencias intuitivas

- $\neg\forall x\,\varphi x$ equivale a $\exists x\,\neg\varphi x$
- $\neg\exists x\,\varphi x$ equivale a $\forall x\,\neg\varphi x$
- $\forall x\,\varphi x$ equivale a $\neg\exists x\,\neg\varphi x$
- $\exists x\,\varphi x$ equivale a $\neg\forall x\,\neg\varphi x$
- $\neg\forall x\,(\varphi x \to \psi x)$ equivale a $\exists x\,\neg(\varphi x \to \psi x)$
  equivale a $\exists x\,(\varphi x \wedge \neg\psi)$
- $\forall x\,(\varphi x \to \neg\psi x)$ equivale a $\neg\exists x\,\neg(\varphi x \to \neg\psi x)$
  equivale a $\neg\exists x\,(\varphi x \wedge \psi x)$
- $\forall x\,(\varphi x \wedge \psi x)$ equivale a $\forall x\,\varphi x \wedge \forall x\,\psi x$
- $\exists x\,(\varphi x \vee \psi x)$ equivale a $\exists x\,\varphi x \vee \exists x\,\psi x$

Evaluando fórmulas con predicados (1)

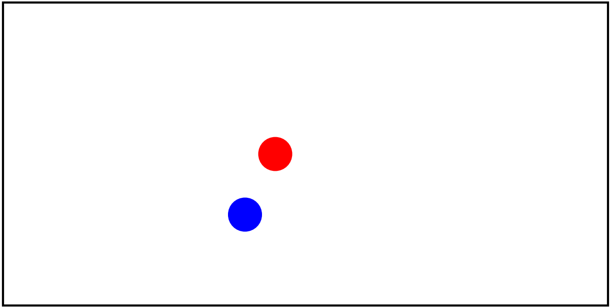
Colores (***R***ojo, ***V***erde, ***A***zul, ***P***urpura) and shapes (c***U***adrado, ***C***irculo).



- Aa
- $\exists x Ux \vee Cb$
- $Ra \rightarrow Ub$
- $Aa \wedge Vb$
- $\neg Ua$
- $Ra \rightarrow \exists x Ux$

Evaluando fórmulas con predicados (1)

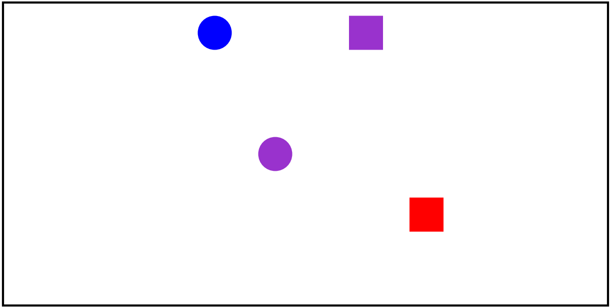
Colores (***R***ojo, ***V***erde, ***A***zul, ***P***urpura) and shapes (c***U***adrado, ***C***irculo).



- $\exists x Rx$
- $\forall x(Rx \to Cx)$
- $\exists x(Vx \wedge Cx)$
- $\neg\forall x\neg Rx$
- $\forall x(Rx \wedge Cx)$
- $\exists x(Vx \to Cx)$

Evaluando fórmulas con predicados (1)

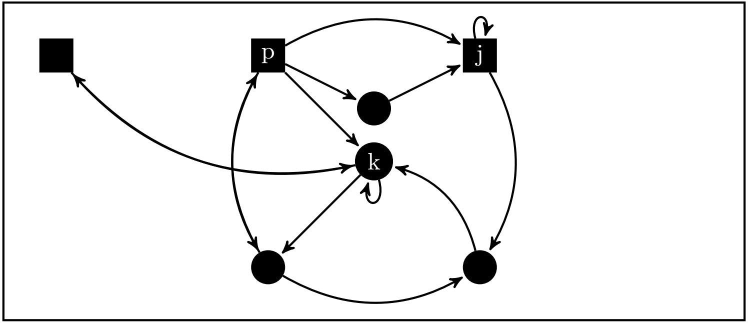
Colores (***R***ojo, ***V***erde, ***A***zul, ***P***urpura) and shapes (c***U***adrado, ***C***irculo).



- $\exists x(Rx \wedge Cx)$
- $\forall x(Cx \vee Ux)$
- $\exists x Vx \vee \exists x Cx$
- $\exists x Rx \wedge \exists x Cx$
- $\forall x Cx \vee \forall x Ux$
- $\exists x(Vx \vee Cx)$

Evaluando fórmulas con predicados (2)

■: **hombre** •: **mujer** • → ■: **• ama a ■**



- $Ajk \to Akj$
- $\neg(Ajk \wedge Akj)$
- $\forall x(Hx \to Axk)$
- $\forall x((Hx \vee Mx) \to \neg Axp)$
- $Ajk \wedge Akj$
- $(Ajk \wedge Apk) \to (\neg Apj \wedge \neg Akj)$
- $\neg\forall x(Mx \to Axx)$
- $\exists x(Mx \wedge Apx \wedge Axj)$

El lenguaje de lógica de **predicados**

El lenguaje se construye en dos pasos.

El lenguaje de lógica de **predicados**

El lenguaje se construye en dos pasos.

1. Un **término** $\boldsymbol{t}$ es una variable $(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{y}, \boldsymbol{z}, \dots)$ o una constante $(\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}, \boldsymbol{c}, \dots)$.

El lenguaje de lógica de **predicados**

El lenguaje se construye en dos pasos.

1. Un **término** $\boldsymbol{t}$ es una variable ($\boldsymbol{x}, \boldsymbol{y}, \boldsymbol{z}, \ldots$) o una constante ($\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}, \boldsymbol{c}, \ldots$).
2. Una **fórmula** se construye conforme a las siguientes reglas.

El lenguaje de lógica de **predicados**

El lenguaje se construye en dos pasos.

1. Un **término** t es una variable $(x, y, z, \ldots)$ o una constante $(a, b, c, \ldots)$.
2. Una **fórmula** se construye conforme a las siguientes reglas.
   - Si $t_1, \ldots, t_n$ son términos y P un símbolo de predicados, entonces podemos construir la fórmula

$$Pt_1 \cdots t_n$$

El lenguaje de lógica de **predicados**

El lenguaje se construye en dos pasos.

1. Un **término** t es una variable $(x, y, z, \dots)$ o una constante $(a, b, c, \dots)$.

2. Una **fórmula** se construye conforme a las siguientes reglas.
   - Si $t_1, \dots, t_n$ son términos y P un símbolo de predicados, entonces podemos construir la fórmula

     $$Pt_1 \cdots t_n$$

   - Si φ y ψ son fórmulas, entonces podemos construir las fórmulas:

     $$\neg\varphi, \quad \varphi \wedge \psi, \quad \varphi \vee \psi, \quad \varphi \to \psi, \quad \varphi \leftrightarrow \psi$$

El lenguaje de lógica de **predicados**

El lenguaje se construye en dos pasos.

1. Un **término** t es una variable $(x, y, z, \ldots)$ o una constante $(a, b, c, \ldots)$.

2. Una **fórmula** se construye conforme a las siguientes reglas.
   - Si $t_1, \ldots, t_n$ son términos y P un símbolo de predicados, entonces podemos construir la fórmula
   $$Pt_1 \cdots t_n$$
   - Si φ y ψ son fórmulas, entonces podemos construir las fórmulas:
   $$\neg\varphi, \quad \varphi \wedge \psi, \quad \varphi \vee \psi, \quad \varphi \to \psi, \quad \varphi \leftrightarrow \psi$$
   - Si φ es una fórmula y x es una variable, podemos construir las fórmulas:
   $$\forall x\varphi, \ \exists x\varphi$$

Ejemplos de fórmulas

Ejemplos de fórmulas

- $Axx \wedge \neg Amx$

Ejemplos de fórmulas

- $Axx \land \neg Amx$
- $\exists x\ Ajx$

Ejemplos de fórmulas

- $\boldsymbol{Axx} \wedge \neg \boldsymbol{Amx}$
- $\exists \boldsymbol{x}\ \boldsymbol{Ajx}$
- $\forall \boldsymbol{x}\ \boldsymbol{Ajx}$

Ejemplos de fórmulas

- $Axx \wedge \neg Amx$
- $\exists x\ Ajx$
- $\forall x\ Ajx$
- $\forall x \big(Hx \rightarrow \exists y (My \wedge Axy) \big)$

Ejemplos de fórmulas

- $Axx \land \neg Amx$
- $\exists x\ Ajx$
- $\forall x\ Ajx$
- $\forall x\big(Hx \to \exists y(My \land Axy)\big)$
- $\neg\exists x\big(Mx \land \forall y(\neg Axy)\big)$

Ejemplos de fórmulas

- $\boldsymbol{Axx} \wedge \neg \boldsymbol{Amx}$
- $\exists \boldsymbol{x}\ \boldsymbol{Ajx}$
- $\forall \boldsymbol{x}\ \boldsymbol{Ajx}$
- $\forall \boldsymbol{x}\big(\boldsymbol{Hx} \rightarrow \exists \boldsymbol{y}(\boldsymbol{My} \wedge \boldsymbol{Axy})\big)$
- $\neg\exists \boldsymbol{x}\big(\boldsymbol{Mx} \wedge \forall \boldsymbol{y}(\neg \boldsymbol{Axy})\big)$
- $\forall \boldsymbol{x}\big(\exists \boldsymbol{y}(\boldsymbol{Axy}) \rightarrow \exists \boldsymbol{z}(\boldsymbol{Azx})\big)$

Ejemplos de fórmulas

- $Axx \wedge \neg Amx$
- $\exists x\ Ajx$
- $\forall x\ Ajx$
- $\forall x\big(Hx \rightarrow \exists y(My \wedge Axy)\big)$
- $\neg\exists x\big(Mx \wedge \forall y(\neg Axy)\big)$
- $\forall x\big(\exists y(Axy) \rightarrow \exists z(Azx)\big)$
- $\exists y\forall x(Ayx)$

Variables

Variables

- **Alcance de un cuantificador.** En una fórmula de la forma $\forall x \varphi$ ($\exists x \varphi$), la sub-fórmula φ se conoce como **el alcance** del cuantificador $\forall$ ($\exists$).

Variables

- **Alcance de un cuantificador.** En una fórmula de la forma $\forall x \varphi$ ($\exists x \varphi$), la sub-fórmula φ se conoce como **el alcance** del cuantificador $\forall$ ($\exists$).

- **Variables ligada a cuantificadores.** En una fórmula de la forma $\forall x \varphi$ ($\exists x \varphi$), toda aparición de x en φ está **ligada al cuantificador** $\forall$ ($\exists$) siempre y cuando no esté ligada a otro cuantificador en φ.

Variables

- **Alcance de un cuantificador.** En una fórmula de la forma $\forall x \varphi$ ($\exists x \varphi$), la sub-fórmula φ se conoce como **el alcance** del cuantificador $\forall$ ($\exists$).
- **Variables ligada a cuantificadores.** En una fórmula de la forma $\forall x \varphi$ ($\exists x \varphi$), toda aparición de x en φ está **ligada al cuantificador** $\forall$ ($\exists$) siempre y cuando no esté ligada a otro cuantificador en φ.
- **Variable ligada.** En una fórmula φ, una aparición de una variable x está **ligada** si existe un cuantificador en φ al que x esté ligada.

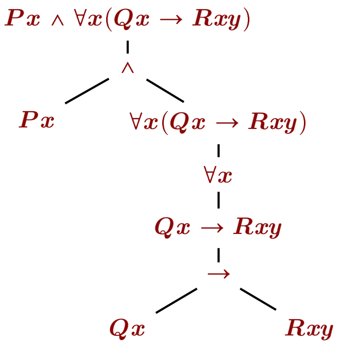
Variables

- **Alcance de un cuantificador.** En una fórmula de la forma $\forall x \varphi$ ($\exists x \varphi$), la sub-fórmula φ se conoce como **el alcance** del cuantificador $\forall$ ($\exists$).
- **Variables ligada a cuantificadores.** En una fórmula de la forma $\forall x \varphi$ ($\exists x \varphi$), toda aparición de x en φ está **ligada al cuantificador** $\forall$ ($\exists$) siempre y cuando no esté ligada a otro cuantificador en φ.
- **Variable ligada.** En una fórmula φ, una aparición de una variable x está **ligada** si existe un cuantificador en φ al que x esté ligada.
- **Variable libre.** En una fórmula φ, una aparición de una variable x está **libre** si no está ligada a ningún cuantificador en φ.

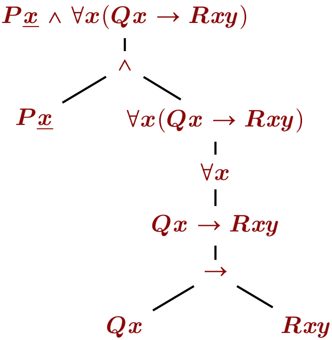
Ejemplo

$$Px \wedge \forall x(Qx \to Rxy)$$

Ejemplo

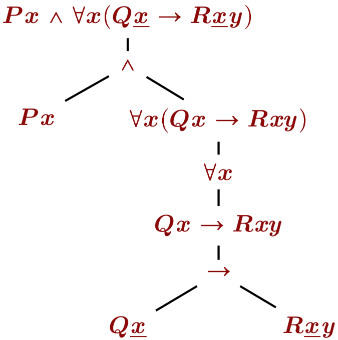

$Px \wedge \forall x(Qx \to Rxy)$
$\wedge$
Px
$\forall x(Qx \to Rxy)$
$\forall x$
$Qx \to Rxy$
$\to$
Qx
Rxy

Ejemplo



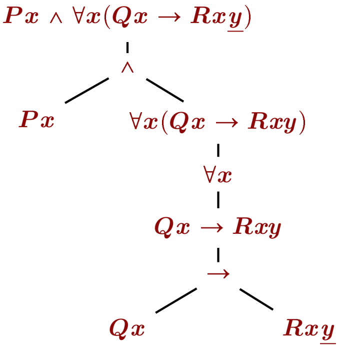
- **<u>Esta</u>** aparición de x **no está ligada** a ningún cuantificador (está **libre**).

Ejemplo



- Esta aparición de x **no está ligada** a ningún cuantificador (está **libre**).
- **Estas** aparciones de x están **ligadas** (a $\forall$).

Ejemplo



- Esta aparición de x **no está ligada** a ningún cuantificador (está **libre**).
- Estas apariciones de x están **ligadas** (a $\forall$).
- **Esta** aparición de y **no está ligada** a ningún cuantificador (está **libre**).

Tipos de fórmulas

Tipos de fórmulas

- **Fórmula cerrada.** Una fórmula φ es **cerrada** si ninguna variable aparece libre en ella.

Tipos de fórmulas

- **Fórmula cerrada.** Una fórmula φ es **cerrada** si ninguna variable aparece libre en ella.
- **Fórmula abierta.** Una fórmula φ es **abierta** si al menos una variable aparece libre en ella.

Substitución (1)

Substitución (1)

- **Substitución dentro de un término.** El **término** que resulta de reemplazar las apariciones de la variable $\boldsymbol{y}$ por el término $\boldsymbol{t}$ dentro del **término** $\boldsymbol{s}$ se denota como

$$(\boldsymbol{s})^{\boldsymbol{y}}_{\boldsymbol{t}}$$

Substitución (1)

- **Substitución dentro de un término.** El **término** que resulta de reemplazar las apariciones de la variable $\boldsymbol{y}$ por el término $\boldsymbol{t}$ dentro del **término** $\boldsymbol{s}$ se denota como

$$(\boldsymbol{s})^{\boldsymbol{y}}_{\boldsymbol{t}}$$

- Formalmente,

Dada una **constante** $\boldsymbol{a}$: $(\boldsymbol{c})^{\boldsymbol{y}}_{\boldsymbol{t}} := \boldsymbol{c}$

Dada una **variable** $\boldsymbol{x}$: $\begin{cases} (\boldsymbol{x})^{\boldsymbol{y}}_{\boldsymbol{t}} := \boldsymbol{x} & \text{para todo } \boldsymbol{x} \text{ diferente de } \boldsymbol{y} \\ (\boldsymbol{y})^{\boldsymbol{y}}_{\boldsymbol{t}} := \boldsymbol{t} \end{cases}$

Substitución (1)

- **Substitución dentro de un término.** El **término** que resulta de reemplazar las apariciones de la variable $\boldsymbol{y}$ por el término $\boldsymbol{t}$ dentro del **término** $\boldsymbol{s}$ se denota como

$$(\boldsymbol{s})^{\boldsymbol{y}}_{\boldsymbol{t}}$$

- Formalmente,

Dada una **constante** $\boldsymbol{a}$: $(\boldsymbol{c})^{\boldsymbol{y}}_{\boldsymbol{t}} := \boldsymbol{c}$

Dada una **variable** $\boldsymbol{x}$: $\begin{cases} (\boldsymbol{x})^{\boldsymbol{y}}_{\boldsymbol{t}} := \boldsymbol{x} & \text{para todo } \boldsymbol{x} \text{ diferente de } \boldsymbol{y} \\ (\boldsymbol{y})^{\boldsymbol{y}}_{\boldsymbol{t}} := \boldsymbol{t} \end{cases}$

Ejemplos:

$$(\boldsymbol{a})^{\boldsymbol{x}}_{\boldsymbol{c}} := \boldsymbol{a}$$
$$(\boldsymbol{x})^{\boldsymbol{y}}_{\boldsymbol{a}} := \boldsymbol{x}$$
$$(\boldsymbol{z})^{\boldsymbol{z}}_{\boldsymbol{y}} := \boldsymbol{y}$$

Substitución (2)

Substitución (2)

- **Substitución dentro de una fórmula.** La **fórmula** que resulta de reemplazar **las apariciones libres** de la variable $\boldsymbol{y}$ por el término $\boldsymbol{t}$ dentro de la **fórmula** $\boldsymbol{s}$ se denota como

$$(\varphi)^{\boldsymbol{y}}_{\boldsymbol{t}}$$

Substitución (2)

- **Substitución dentro de una fórmula.** La **fórmula** que resulta de reemplazar **las apariciones libres** de la variable $\boldsymbol{y}$ por el término $\boldsymbol{t}$ dentro de la **fórmula** $\boldsymbol{s}$ se denota como

$$(\varphi)^{y}_{t}$$

- Formalmente,

$$
\begin{aligned}
(P t_1 \cdots t_n)^{y}_{t} &:= P(t_1)^{y}_{t} \cdots (t_n)^{y}_{t} \\
(\neg\varphi)^{y}_{t} &:= \neg(\varphi)^{y}_{t} \\
(\varphi \wedge \psi)^{y}_{t} &:= (\varphi)^{y}_{t} \wedge (\psi)^{y}_{t} \\
(\varphi \vee \psi)^{y}_{t} &:= (\varphi)^{y}_{t} \vee (\psi)^{y}_{t} \\
(\varphi \rightarrow \psi)^{y}_{t} &:= (\varphi)^{y}_{t} \rightarrow (\psi)^{y}_{t} \\
(\varphi \leftrightarrow \psi)^{y}_{t} &:= (\varphi)^{y}_{t} \leftrightarrow (\psi)^{y}_{t}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{cases}
(\forall x\varphi)^{y}_{t} := \forall x(\varphi)^{y}_{t} \\
(\forall y\varphi)^{y}_{t} := \forall y\varphi
\end{cases}
$$

$$
\begin{cases}
(\exists x\varphi)^{y}_{t} := \exists x(\varphi)^{y}_{t} \\
(\exists y\varphi)^{y}_{t} := \exists y\varphi
\end{cases}
$$

Modelos

Un **modelo** es una tupla $\boldsymbol{M} = \langle \boldsymbol{D}, \boldsymbol{I}, \boldsymbol{g} \rangle$ en la cual

Modelos

Un **modelo** es una tupla $\boldsymbol{M} = \langle \boldsymbol{D}, \boldsymbol{I}, \boldsymbol{g} \rangle$ en la cual

- $\boldsymbol{D}$ es el **dominio**: una colección no vacía de objetos;

Modelos

Un **modelo** es una tupla $\boldsymbol{M} = \langle \boldsymbol{D}, \boldsymbol{I}, \boldsymbol{g} \rangle$ en la cual

- $\boldsymbol{D}$ es el **dominio**: una colección no vacía de objetos;
- $\boldsymbol{I}$ es la **función de interpretación**, asignando a cada símbolo de constante y símbolo de predicado, un objeto en $\boldsymbol{D}$ y una relación sobre $\boldsymbol{D}$, respectivamente;

Modelos

Un **modelo** es una tupla $\boldsymbol{M} = \langle \boldsymbol{D}, \boldsymbol{I}, \boldsymbol{g} \rangle$ en la cual

- $\boldsymbol{D}$ es el **dominio**: una colección no vacía de objetos;
- $\boldsymbol{I}$ es la **función de interpretación**, asignando a cada símbolo de constante y símbolo de predicado, un objeto en $\boldsymbol{D}$ y una relación sobre $\boldsymbol{D}$, respectivamente;
- $\boldsymbol{g}$ es la **asignación de variables**, asignando a cada variable un objeto en $\boldsymbol{D}$.

Modificando asignaciones de variables

Dada una **asignación de variables** $\boldsymbol{g}$, una **variable** $\boldsymbol{x}$ y un **objeto** $\boldsymbol{d}$ en $\boldsymbol{D}$, la **asignación de variables** $\boldsymbol{g}_{[\boldsymbol{x}:=\boldsymbol{d}]}$ se define como

Modificando asignaciones de variables

Dada una **asignación de variables** $\boldsymbol{g}$, una **variable** $\boldsymbol{x}$ y un **objeto** $\boldsymbol{d}$ en $\boldsymbol{D}$, la **asignación de variables** $\boldsymbol{g}_{[\boldsymbol{x}:=\boldsymbol{d}]}$ se define como

$$\begin{cases} \boldsymbol{g}_{[\boldsymbol{x}:=\boldsymbol{d}]}(\boldsymbol{y}) := \boldsymbol{g}(\boldsymbol{y}) & \text{para todo } \boldsymbol{x} \text{ diferente de } \boldsymbol{y} \\ \boldsymbol{g}_{[\boldsymbol{x}:=\boldsymbol{d}]}(\boldsymbol{x}) := \boldsymbol{d} & \end{cases}$$

Modificando asignaciones de variables

Dada una **asignación de variables** $\boldsymbol{g}$, una **variable** $\boldsymbol{x}$ y un **objeto** $\boldsymbol{d}$ en $\boldsymbol{D}$, la **asignación de variables** $\boldsymbol{g}_{[\boldsymbol{x}:=\boldsymbol{d}]}$ se define como

$$\begin{cases} \boldsymbol{g}_{[\boldsymbol{x}:=\boldsymbol{d}]}(\boldsymbol{y}) := \boldsymbol{g}(\boldsymbol{y}) & \text{para todo } \boldsymbol{x} \text{ diferente de } \boldsymbol{y} \\ \boldsymbol{g}_{[\boldsymbol{x}:=\boldsymbol{d}]}(\boldsymbol{x}) := \boldsymbol{d} & \end{cases}$$

La **asignación de variables** $\boldsymbol{g}_{[\boldsymbol{x}:=\boldsymbol{d}]}$ es idéntica a $\boldsymbol{g}$ excepto en el objeto asignado a $\boldsymbol{x}$, que es ahora $\boldsymbol{d}$.

Asignando valores a términos

Dado un modelo $\boldsymbol{M} = \langle \boldsymbol{D}, \boldsymbol{I}, \boldsymbol{g} \rangle$, el valor de cada término $\boldsymbol{t}$, $[\![\boldsymbol{t}]\!]_{\boldsymbol{g}}^{\boldsymbol{I}}$, se define de la siguiente forma.

Asignando valores a términos

Dado un modelo $\boldsymbol{M} = \langle \boldsymbol{D}, \boldsymbol{I}, \boldsymbol{g} \rangle$, el valor de cada término $\boldsymbol{t}$, $[\![\boldsymbol{t}]\!]_{\boldsymbol{g}}^{\boldsymbol{I}}$, se define de la siguiente forma.

Si el término es una **constante** $\boldsymbol{a}$: $\quad [\![\boldsymbol{a}]\!]_{\boldsymbol{g}}^{\boldsymbol{I}} := \boldsymbol{I}(\boldsymbol{a})$

Asignando valores a términos

Dado un modelo $\boldsymbol{M} = \langle \boldsymbol{D}, \boldsymbol{I}, \boldsymbol{g} \rangle$, el valor de cada término $\boldsymbol{t}$, $[\![\boldsymbol{t}]\!]_{\boldsymbol{g}}^{\boldsymbol{I}}$, se define de la siguiente forma.

Si el término es una **constante** $\boldsymbol{a}$: $[\![\boldsymbol{a}]\!]_{\boldsymbol{g}}^{\boldsymbol{I}} := \boldsymbol{I}(\boldsymbol{a})$

Si el término es una **variable** $\boldsymbol{x}$: $[\![\boldsymbol{x}]\!]_{\boldsymbol{g}}^{\boldsymbol{I}} := \boldsymbol{g}(\boldsymbol{x})$

Evaluando fórmulas

Evaluando fórmulas

$$\langle D, I, g \rangle \models P t_1 \cdots t_n \quad \text{ssi} \quad \left([\![t_1]\!]^{I}_{g}, \ldots, [\![t_n]\!]^{I}_{g} \right) \in I(P)$$

Evaluando fórmulas

$$\langle D, I, g \rangle \models P t_1 \cdots t_n \quad \text{ssi} \quad \left([\![t_1]\!]^I_g, \ldots, [\![t_n]\!]^I_g \right) \in I(P)$$

$$\langle D, I, g \rangle \models \neg\varphi \quad \text{ssi} \quad \text{no es cierto que } \langle D, I, g \rangle \models \varphi$$

Evaluando fórmulas

$$
\begin{array}{lll}
\langle \boldsymbol{D}, \boldsymbol{I}, \boldsymbol{g} \rangle \models \boldsymbol{P} \boldsymbol{t_1} \cdots \boldsymbol{t_n} & \text{ssi} & \left([\![\boldsymbol{t_1}]\!]^{\boldsymbol{I}}_{\boldsymbol{g}}, \ldots, [\![\boldsymbol{t_n}]\!]^{\boldsymbol{I}}_{\boldsymbol{g}} \right) \in \boldsymbol{I}(\boldsymbol{P}) \\
\langle \boldsymbol{D}, \boldsymbol{I}, \boldsymbol{g} \rangle \models \neg \boldsymbol{\varphi} & \text{ssi} & \text{no es cierto que } \langle \boldsymbol{D}, \boldsymbol{I}, \boldsymbol{g} \rangle \models \boldsymbol{\varphi} \\
\langle \boldsymbol{D}, \boldsymbol{I}, \boldsymbol{g} \rangle \models \boldsymbol{\varphi} \wedge \boldsymbol{\psi} & \text{ssi} & \langle \boldsymbol{D}, \boldsymbol{I}, \boldsymbol{g} \rangle \models \boldsymbol{\varphi} \text{ y } \langle \boldsymbol{D}, \boldsymbol{I}, \boldsymbol{g} \rangle \models \boldsymbol{\psi}
\end{array}
$$

Evaluando fórmulas

$$\begin{array}{lll}
\langle D, I, g\rangle \models Pt_1 \cdots t_n & \text{ssi} & \left([\![t_1]\!]^I_g, \ldots, [\![t_n]\!]^I_g\right) \in I(P) \\
\langle D, I, g\rangle \models \neg\varphi & \text{ssi} & \text{no es cierto que } \langle D, I, g\rangle \models \varphi \\
\langle D, I, g\rangle \models \varphi \land \psi & \text{ssi} & \langle D, I, g\rangle \models \varphi \text{ y } \langle D, I, g\rangle \models \psi \\
\langle D, I, g\rangle \models \varphi \lor \psi & \text{ssi} & \langle D, I, g\rangle \models \varphi \text{ o } \langle D, I, g\rangle \models \psi
\end{array}$$

Evaluando fórmulas

$$
\begin{array}{lll}
\langle D, I, g\rangle \models P t_1 \cdots t_n & \text{ssi} & ([\![t_1]\!]_g^I, \ldots, [\![t_n]\!]_g^I) \in I(P) \\
\langle D, I, g\rangle \models \neg\varphi & \text{ssi} & \text{no es cierto que } \langle D, I, g\rangle \models \varphi \\
\langle D, I, g\rangle \models \varphi \wedge \psi & \text{ssi} & \langle D, I, g\rangle \models \varphi \text{ y } \langle D, I, g\rangle \models \psi \\
\langle D, I, g\rangle \models \varphi \vee \psi & \text{ssi} & \langle D, I, g\rangle \models \varphi \text{ o } \langle D, I, g\rangle \models \psi \\
\langle D, I, g\rangle \models \varphi \rightarrow \psi & \text{ssi} & \langle D, I, g\rangle \models \varphi \text{ implica } \langle D, I, g\rangle \models \psi
\end{array}
$$

Evaluando fórmulas

$$
\begin{array}{lll}
\langle D, I, g\rangle \models P t_1 \cdots t_n & \text{ssi} & \left([\![t_1]\!]^I_g, \ldots, [\![t_n]\!]^I_g\right) \in I(P) \\
\langle D, I, g\rangle \models \neg\varphi & \text{ssi} & \text{no es cierto que } \langle D, I, g\rangle \models \varphi \\
\langle D, I, g\rangle \models \varphi \wedge \psi & \text{ssi} & \langle D, I, g\rangle \models \varphi \text{ y } \langle D, I, g\rangle \models \psi \\
\langle D, I, g\rangle \models \varphi \vee \psi & \text{ssi} & \langle D, I, g\rangle \models \varphi \text{ o } \langle D, I, g\rangle \models \psi \\
\langle D, I, g\rangle \models \varphi \rightarrow \psi & \text{ssi} & \langle D, I, g\rangle \models \varphi \text{ implica } \langle D, I, g\rangle \models \psi \\
\langle D, I, g\rangle \models \varphi \leftrightarrow \psi & \text{ssi} & \langle D, I, g\rangle \models \varphi \text{ si y solo si } \langle D, I, g\rangle \models \psi
\end{array}
$$

Evaluando fórmulas

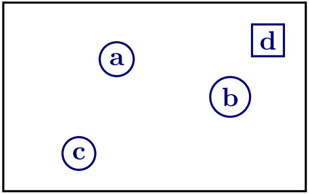
$\langle D, I, g\rangle \models Pt_1 \cdots t_n$	ssi	$(\llbracket t_1\rrbracket^I_g, \ldots, \llbracket t_n\rrbracket^I_g) \in I(P)$
$\langle D, I, g\rangle \models \neg\varphi$	ssi	no es cierto que $\langle D, I, g\rangle \models \varphi$
$\langle D, I, g\rangle \models \varphi \wedge \psi$	ssi	$\langle D, I, g\rangle \models \varphi$ y $\langle D, I, g\rangle \models \psi$
$\langle D, I, g\rangle \models \varphi \vee \psi$	ssi	$\langle D, I, g\rangle \models \varphi$ o $\langle D, I, g\rangle \models \psi$
$\langle D, I, g\rangle \models \varphi \rightarrow \psi$	ssi	$\langle D, I, g\rangle \models \varphi$ implica $\langle D, I, g\rangle \models \psi$
$\langle D, I, g\rangle \models \varphi \leftrightarrow \psi$	ssi	$\langle D, I, g\rangle \models \varphi$ si y solo si $\langle D, I, g\rangle \models \psi$
$\langle D, I, g\rangle \models \forall x\varphi$	ssi	para todo $d \in D$ tenemos $\langle D, I, g_{[x:=d]}\rangle \models \varphi$

Evaluando fórmulas

$\langle D, I, g\rangle \models P t_1 \cdots t_n$	ssi	$\left([\![t_1]\!]_g^I, \dots, [\![t_n]\!]_g^I\right) \in I(P)$
$\langle D, I, g\rangle \models \neg\varphi$	ssi	no es cierto que $\langle D, I, g\rangle \models \varphi$
$\langle D, I, g\rangle \models \varphi \wedge \psi$	ssi	$\langle D, I, g\rangle \models \varphi$ y $\langle D, I, g\rangle \models \psi$
$\langle D, I, g\rangle \models \varphi \vee \psi$	ssi	$\langle D, I, g\rangle \models \varphi$ o $\langle D, I, g\rangle \models \psi$
$\langle D, I, g\rangle \models \varphi \rightarrow \psi$	ssi	$\langle D, I, g\rangle \models \varphi$ implica $\langle D, I, g\rangle \models \psi$
$\langle D, I, g\rangle \models \varphi \leftrightarrow \psi$	ssi	$\langle D, I, g\rangle \models \varphi$ si y solo si $\langle D, I, g\rangle \models \psi$
$\langle D, I, g\rangle \models \forall x\varphi$	ssi	para todo $d \in D$ tenemos $\langle D, I, g_{[x:=d]}\rangle \models \varphi$
$\langle D, I, g\rangle \models \exists x\varphi$	ssi	existe un $d \in D$ tal que $\langle D, I, g_{[x:=d]}\rangle \models \varphi$

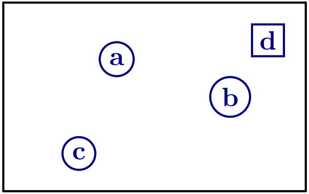
Ejemplo

Shapes (c$\boldsymbol{U}$adrado, $\boldsymbol{C}$irculo).



Ejemplo

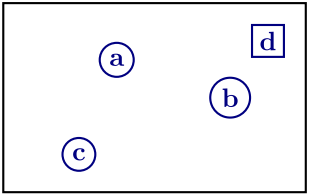
Shapes (c$\boldsymbol{U}$adrado, $\boldsymbol{C}$irculo).



$\boldsymbol{D} := \{$ⓐ, ⓑ, ⓒ, $\boxed{\mathbf{d}}\}$

Ejemplo

Shapes (c***U***adrado, ***C***irculo).



$$\boldsymbol{D} := \{\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}, \boxed{\mathbf{d}}\}$$

$$\boldsymbol{I}(a) := \mathbf{a}$$

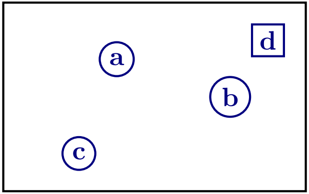
$$\boldsymbol{I}(b) := \mathbf{b}$$

$$\boldsymbol{I}(c) := \mathbf{c}$$

$$\boldsymbol{I}(d) := \boxed{\mathbf{d}}$$

Ejemplo

Shapes (c$\boldsymbol{U}$adrado, $\boldsymbol{C}$irculo).



$\boldsymbol{D} := \{ⓐ, ⓑ, ⓒ, \boxed{\text{d}}\}$

$\boldsymbol{I}(a) := ⓐ$ $\qquad$ $\boldsymbol{I}(U) := \{\boxed{\text{d}}\}$

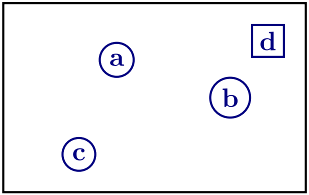
$\boldsymbol{I}(b) := ⓑ$ $\qquad$ $\boldsymbol{I}(C) := \{ⓐ, ⓑ, ⓒ\}$

$\boldsymbol{I}(c) := ⓒ$

$\boldsymbol{I}(d) := \boxed{\text{d}}$

Ejemplo

Shapes (c$\boldsymbol{U}$adrado, $\boldsymbol{C}$irculo).



$$\boldsymbol{D} := \{\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}, \boxed{\mathbf{d}}\}$$

$$\boldsymbol{I}(\boldsymbol{a}) := \mathbf{a} \qquad \boldsymbol{I}(\boldsymbol{U}) := \{\boxed{\mathbf{d}}\}$$

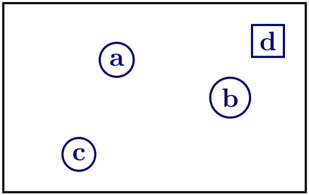
$$\boldsymbol{I}(\boldsymbol{b}) := \mathbf{b} \qquad \boldsymbol{I}(\boldsymbol{C}) := \{\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}\}$$

$$\boldsymbol{I}(\boldsymbol{c}) := \mathbf{c} \qquad \boldsymbol{g}(\boldsymbol{x}) := \mathbf{b}$$

$$\boldsymbol{I}(\boldsymbol{d}) := \boxed{\mathbf{d}} \qquad \boldsymbol{g}(\boldsymbol{y}) := \mathbf{a}$$

Ejemplo

Shapes (c$\boldsymbol{U}$adrado, $\boldsymbol{C}$irculo).



$$\boldsymbol{D} := \{ⓐ, ⓑ, ⓒ, \boxed{d}\}$$

$$\boldsymbol{I}(\boldsymbol{a}) := ⓐ \qquad \boldsymbol{I}(\boldsymbol{U}) := \{\boxed{d}\}$$

$$\boldsymbol{I}(\boldsymbol{b}) := ⓑ \qquad \boldsymbol{I}(\boldsymbol{C}) := \{ⓐ, ⓑ, ⓒ\}$$

$$\boldsymbol{I}(\boldsymbol{c}) := ⓒ \qquad \boldsymbol{g}(\boldsymbol{x}) := ⓑ$$

$$\boldsymbol{I}(\boldsymbol{d}) := \boxed{d} \qquad \boldsymbol{g}(\boldsymbol{y}) := ⓐ$$

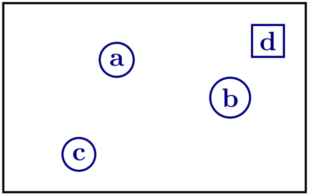
$\langle \boldsymbol{D}, \boldsymbol{I}, \boldsymbol{g} \rangle \models \boldsymbol{Ca}$ iff

$\langle \boldsymbol{D}, \boldsymbol{I}, \boldsymbol{g} \rangle \models \boldsymbol{Ux}$ iff

$\langle \boldsymbol{D}, \boldsymbol{I}, \boldsymbol{g} \rangle \models \exists \boldsymbol{x} \boldsymbol{Ux}$ iff

Ejemplo

Shapes (c$\boldsymbol{U}$adrado, $\boldsymbol{C}$irculo).



$\boldsymbol{D} := \{ⓐ, ⓑ, ⓒ, \boxed{d}\}$

$\boldsymbol{I}(a) := ⓐ$ $\qquad$ $\boldsymbol{I}(U) := \{\boxed{d}\}$

$\boldsymbol{I}(b) := ⓑ$ $\qquad$ $\boldsymbol{I}(C) := \{ⓐ, ⓑ, ⓒ\}$

$\boldsymbol{I}(c) := ⓒ$ $\qquad$ $\boldsymbol{g}(x) := ⓑ$

$\boldsymbol{I}(d) := \boxed{d}$ $\qquad$ $\boldsymbol{g}(y) := ⓐ$

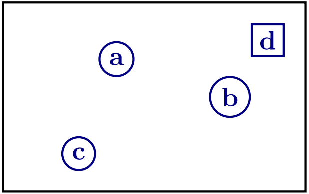
$\langle \boldsymbol{D}, \boldsymbol{I}, \boldsymbol{g} \rangle \models \boldsymbol{Ca}$ iff $[\![a]\!]^{\boldsymbol{I}}_{\boldsymbol{g}} \in \boldsymbol{I}(C)$

$\langle \boldsymbol{D}, \boldsymbol{I}, \boldsymbol{g} \rangle \models \boldsymbol{Ux}$ iff

$\langle \boldsymbol{D}, \boldsymbol{I}, \boldsymbol{g} \rangle \models \exists \boldsymbol{x} \boldsymbol{Ux}$ iff

Ejemplo

Shapes (c$\boldsymbol{U}$adrado, $\boldsymbol{C}$irculo).



$$\boldsymbol{D} := \{a, b, c, \boxed{d}\}$$

$$\boldsymbol{I}(a) := a \qquad \boldsymbol{I}(U) := \{\boxed{d}\}$$

$$\boldsymbol{I}(b) := b \qquad \boldsymbol{I}(C) := \{a, b, c\}$$

$$\boldsymbol{I}(c) := c \qquad \boldsymbol{g}(x) := b$$

$$\boldsymbol{I}(d) := \boxed{d} \qquad \boldsymbol{g}(y) := a$$

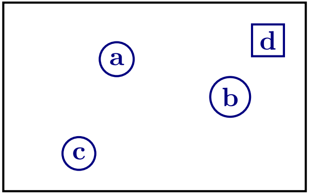
$\langle \boldsymbol{D}, \boldsymbol{I}, \boldsymbol{g} \rangle \models \boldsymbol{Ca}$ iff $\boldsymbol{I}(a) \in \boldsymbol{I}(C)$

$\langle \boldsymbol{D}, \boldsymbol{I}, \boldsymbol{g} \rangle \models \boldsymbol{Ux}$ iff

$\langle \boldsymbol{D}, \boldsymbol{I}, \boldsymbol{g} \rangle \models \exists \boldsymbol{x} \boldsymbol{U} \boldsymbol{x}$ iff

Ejemplo

Shapes (c***U***adrado, ***C***irculo).



$$D := \{a, b, c, \boxed{d}\}$$

$$I(a) := a \qquad I(U) := \{\boxed{d}\}$$

$$I(b) := b \qquad I(C) := \{a, b, c\}$$

$$I(c) := c \qquad g(x) := b$$

$$I(d) := \boxed{d} \qquad g(y) := a$$

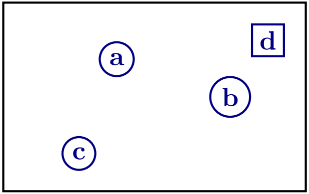
$\langle D, I, g \rangle \models Ca$ iff $a \in I(C)$

$\langle D, I, g \rangle \models Ux$ iff

$\langle D, I, g \rangle \models \exists x Ux$ iff

Ejemplo

Shapes (c***U***adrado, ***C***irculo).



$\boldsymbol{D} := \{a, b, c, \boxed{d}\}$

$\boldsymbol{I}(a) := a \qquad \boldsymbol{I}(U) := \{\boxed{d}\}$

$\boldsymbol{I}(b) := b \qquad \boldsymbol{I}(C) := \{a, b, c\}$

$\boldsymbol{I}(c) := c \qquad \boldsymbol{g}(x) := b$

$\boldsymbol{I}(d) := \boxed{d} \qquad \boldsymbol{g}(y) := a$

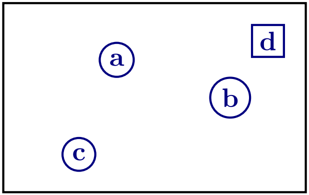
$\langle \boldsymbol{D}, \boldsymbol{I}, \boldsymbol{g} \rangle \models \boldsymbol{Ca}$ iff $a \in \{a, b, c\}$

$\langle \boldsymbol{D}, \boldsymbol{I}, \boldsymbol{g} \rangle \models \boldsymbol{Ux}$ iff

$\langle \boldsymbol{D}, \boldsymbol{I}, \boldsymbol{g} \rangle \models \exists \boldsymbol{x} \boldsymbol{Ux}$ iff

Ejemplo

Shapes (c$\boldsymbol{U}$adrado, $\boldsymbol{C}$irculo).



$\boldsymbol{D} := \{ⓐ, ⓑ, ⓒ, \boxed{\mathrm{d}}\}$

$\boldsymbol{I}(a) := ⓐ$ $\qquad$ $\boldsymbol{I}(U) := \{\boxed{\mathrm{d}}\}$

$\boldsymbol{I}(b) := ⓑ$ $\qquad$ $\boldsymbol{I}(C) := \{ⓐ, ⓑ, ⓒ\}$

$\boldsymbol{I}(c) := ⓒ$ $\qquad$ $\boldsymbol{g}(x) := ⓑ$

$\boldsymbol{I}(d) := \boxed{\mathrm{d}}$ $\qquad$ $\boldsymbol{g}(y) := ⓐ$

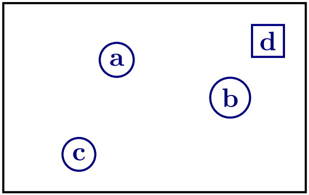
$\langle \boldsymbol{D}, \boldsymbol{I}, \boldsymbol{g} \rangle \models \boldsymbol{Ca}$ iff ⓐ $\in \{ⓐ, ⓑ, ⓒ\}$ ✓

$\langle \boldsymbol{D}, \boldsymbol{I}, \boldsymbol{g} \rangle \models \boldsymbol{Ux}$ iff

$\langle \boldsymbol{D}, \boldsymbol{I}, \boldsymbol{g} \rangle \models \exists \boldsymbol{x} \boldsymbol{Ux}$ iff

Ejemplo

Shapes (c$\boldsymbol{U}$adrado, $\boldsymbol{C}$irculo).



$$D := \{a, b, c, \boxed{d}\}$$

$$I(a) := a \qquad I(U) := \{\boxed{d}\}$$

$$I(b) := b \qquad I(C) := \{a, b, c\}$$

$$I(c) := c \qquad g(x) := b$$

$$I(d) := \boxed{d} \qquad g(y) := a$$

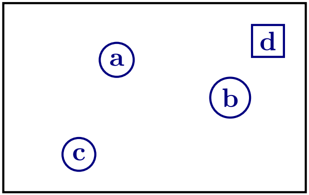
$$\langle D, I, g\rangle \models Ca \quad \text{iff} \quad a \in \{a, b, c\} \ \checkmark$$

$$\langle D, I, g\rangle \models Ux \quad \text{iff} \quad [\![x]\!]^{I}_{g} \in I(U)$$

$$\langle D, I, g\rangle \models \exists x U x \quad \text{iff}$$

Ejemplo

Shapes (c$\boldsymbol{U}$adrado, $\boldsymbol{C}$irculo).



$$\boldsymbol{D} := \{a, b, c, \boxed{d}\}$$

$$\boldsymbol{I}(a) := a \qquad \boldsymbol{I}(U) := \{\boxed{d}\}$$

$$\boldsymbol{I}(b) := b \qquad \boldsymbol{I}(C) := \{a, b, c\}$$

$$\boldsymbol{I}(c) := c \qquad g(x) := b$$

$$\boldsymbol{I}(d) := \boxed{d} \qquad g(y) := a$$

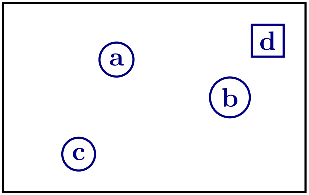
$$\langle \boldsymbol{D}, \boldsymbol{I}, g \rangle \models Ca \quad \text{iff} \quad a \in \{a, b, c\} \ \checkmark$$

$$\langle \boldsymbol{D}, \boldsymbol{I}, g \rangle \models Ux \quad \text{iff} \quad g(x) \in \boldsymbol{I}(U)$$

$$\langle \boldsymbol{D}, \boldsymbol{I}, g \rangle \models \exists x U x \quad \text{iff}$$

Ejemplo

Shapes (c$\boldsymbol{U}$adrado, $\boldsymbol{C}$irculo).



$$\boldsymbol{D} := \{\mathrm{a}, \mathrm{b}, \mathrm{c}, \boxed{\mathrm{d}}\}$$

$$\boldsymbol{I}(a) := \mathrm{a} \qquad \boldsymbol{I}(U) := \{\boxed{\mathrm{d}}\}$$

$$\boldsymbol{I}(b) := \mathrm{b} \qquad \boldsymbol{I}(C) := \{\mathrm{a}, \mathrm{b}, \mathrm{c}\}$$

$$\boldsymbol{I}(c) := \mathrm{c} \qquad \boldsymbol{g}(x) := \mathrm{b}$$

$$\boldsymbol{I}(d) := \boxed{\mathrm{d}} \qquad \boldsymbol{g}(y) := \mathrm{a}$$

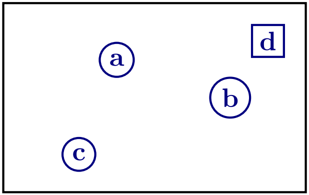
$$\langle \boldsymbol{D}, \boldsymbol{I}, \boldsymbol{g} \rangle \models \boldsymbol{Ca} \quad \text{iff} \quad \mathrm{a} \in \{\mathrm{a}, \mathrm{b}, \mathrm{c}\} \ \checkmark$$

$$\langle \boldsymbol{D}, \boldsymbol{I}, \boldsymbol{g} \rangle \models \boldsymbol{Ux} \quad \text{iff} \quad \mathrm{b} \in \boldsymbol{I}(\boldsymbol{U})$$

$$\langle \boldsymbol{D}, \boldsymbol{I}, \boldsymbol{g} \rangle \models \exists \boldsymbol{x} \boldsymbol{Ux} \quad \text{iff}$$

Ejemplo

Shapes (c$\boldsymbol{U}$adrado, $\boldsymbol{C}$irculo).



$$\boldsymbol{D} := \{a, b, c, \boxed{d}\}$$

$$\boldsymbol{I}(a) := a \qquad \boldsymbol{I}(U) := \{\boxed{d}\}$$

$$\boldsymbol{I}(b) := b \qquad \boldsymbol{I}(C) := \{a, b, c\}$$

$$\boldsymbol{I}(c) := c \qquad \boldsymbol{g}(x) := b$$

$$\boldsymbol{I}(d) := \boxed{d} \qquad \boldsymbol{g}(y) := a$$

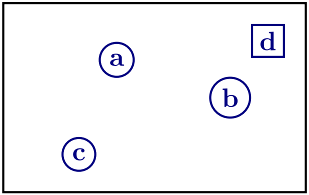
$\langle \boldsymbol{D}, \boldsymbol{I}, \boldsymbol{g} \rangle \models Ca$ iff $a \in \{a, b, c\}$ ✓

$\langle \boldsymbol{D}, \boldsymbol{I}, \boldsymbol{g} \rangle \models Ux$ iff $b \in \{\boxed{d}\}$

$\langle \boldsymbol{D}, \boldsymbol{I}, \boldsymbol{g} \rangle \models \exists x U x$ iff

Ejemplo

Shapes (c$\boldsymbol{U}$adrado, $\boldsymbol{C}$irculo).



$$\boldsymbol{D} := \{a, b, c, \boxed{d}\}$$

$$\boldsymbol{I}(a) := a \qquad \boldsymbol{I}(U) := \{\boxed{d}\}$$

$$\boldsymbol{I}(b) := b \qquad \boldsymbol{I}(C) := \{a, b, c\}$$

$$\boldsymbol{I}(c) := c \qquad \boldsymbol{g}(x) := b$$

$$\boldsymbol{I}(d) := \boxed{d} \qquad \boldsymbol{g}(y) := a$$

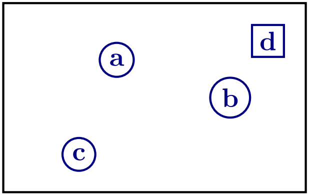
$\langle \boldsymbol{D}, \boldsymbol{I}, \boldsymbol{g} \rangle \models \boldsymbol{Ca}$ iff $a \in \{a, b, c\}$ ✓

$\langle \boldsymbol{D}, \boldsymbol{I}, \boldsymbol{g} \rangle \models \boldsymbol{Ux}$ iff $b \in \{\boxed{d}\}$ ✗

$\langle \boldsymbol{D}, \boldsymbol{I}, \boldsymbol{g} \rangle \models \exists \boldsymbol{x} \boldsymbol{Ux}$ iff

Ejemplo

Shapes (c$\boldsymbol{U}$adrado, $\boldsymbol{C}$irculo).



$$\boldsymbol{D} := \{ a, b, c, \boxed{d} \}$$

$\boldsymbol{I}(\boldsymbol{a}) := a$ $\quad$ $\boldsymbol{I}(\boldsymbol{U}) := \{ \boxed{d} \}$

$\boldsymbol{I}(\boldsymbol{b}) := b$ $\quad$ $\boldsymbol{I}(\boldsymbol{C}) := \{ a, b, c \}$

$\boldsymbol{I}(\boldsymbol{c}) := c$ $\quad$ $\boldsymbol{g}(\boldsymbol{x}) := b$

$\boldsymbol{I}(\boldsymbol{d}) := \boxed{d}$ $\quad$ $\boldsymbol{g}(\boldsymbol{y}) := a$

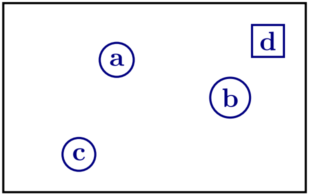
$\langle \boldsymbol{D}, \boldsymbol{I}, \boldsymbol{g} \rangle \models \boldsymbol{Ca}$ iff $a \in \{ a, b, c \}$ ✓

$\langle \boldsymbol{D}, \boldsymbol{I}, \boldsymbol{g} \rangle \models \boldsymbol{Ux}$ iff $b \in \{ \boxed{d} \}$ ✗

$\langle \boldsymbol{D}, \boldsymbol{I}, \boldsymbol{g} \rangle \models \exists \boldsymbol{x} \boldsymbol{Ux}$ iff there is a $\boldsymbol{o} \in \boldsymbol{D}$ such that $\langle \boldsymbol{D}, \boldsymbol{I}, \boldsymbol{g}_{[\boldsymbol{x}:=\boldsymbol{o}]} \rangle \models \boldsymbol{Ux}$

Ejemplo

Shapes (c$\boldsymbol{U}$adrado, $\boldsymbol{C}$irculo).



$$D := \{a, b, c, \boxed{d}\}$$

$$I(a) := a \qquad I(U) := \{\boxed{d}\}$$

$$I(b) := b \qquad I(C) := \{a, b, c\}$$

$$I(c) := c \qquad g(x) := b$$

$$I(d) := \boxed{d} \qquad g(y) := a$$

$$\langle D, I, g\rangle \models Ca \quad \text{iff} \quad a \in \{a, b, c\} \ \checkmark$$

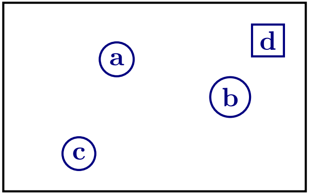
$$\langle D, I, g\rangle \models Ux \quad \text{iff} \quad b \in \{\boxed{d}\} \ ✗$$

$$\langle D, I, g\rangle \models \exists x Ux \quad \text{iff} \quad \text{there is a } o \in D \text{ such that } \langle D, I, g_{[x:=o]}\rangle \models Ux$$

$$\langle D, I, g_{[x:=a]}\rangle \models Ux$$

Ejemplo

Shapes (c$\boldsymbol{U}$adrado, $\boldsymbol{C}$irculo).



$$\boldsymbol{D} := \{a, b, c, \boxed{d}\}$$

$$\boldsymbol{I}(a) := a \qquad \boldsymbol{I}(U) := \{\boxed{d}\}$$

$$\boldsymbol{I}(b) := b \qquad \boldsymbol{I}(C) := \{a, b, c\}$$

$$\boldsymbol{I}(c) := c \qquad \boldsymbol{g}(x) := b$$

$$\boldsymbol{I}(d) := \boxed{d} \qquad \boldsymbol{g}(y) := a$$

$\langle \boldsymbol{D}, \boldsymbol{I}, \boldsymbol{g} \rangle \models \boldsymbol{Ca}$ iff $a \in \{a, b, c\}$ ✓

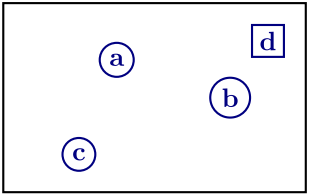
$\langle \boldsymbol{D}, \boldsymbol{I}, \boldsymbol{g} \rangle \models \boldsymbol{Ux}$ iff $b \in \{\boxed{d}\}$ ✗

$\langle \boldsymbol{D}, \boldsymbol{I}, \boldsymbol{g} \rangle \models \exists \boldsymbol{xUx}$ iff there is a $\boldsymbol{o} \in \boldsymbol{D}$ such that $\langle \boldsymbol{D}, \boldsymbol{I}, \boldsymbol{g}_{[\boldsymbol{x}:=\boldsymbol{o}]} \rangle \models \boldsymbol{Ux}$

$$[\![\boldsymbol{x}]\!]^{\boldsymbol{I}}_{\boldsymbol{g}_{[\boldsymbol{x}:=a]}} \in \boldsymbol{I}(\boldsymbol{U})$$

Ejemplo

Shapes (c$\boldsymbol{U}$adrado, $\boldsymbol{C}$irculo).



$\boldsymbol{D} := \{\textcircled{a}, \textcircled{b}, \textcircled{c}, \boxed{d}\}$

$\boldsymbol{I}(a) := \textcircled{a}$	$\boldsymbol{I}(U) := \{\boxed{d}\}$
$\boldsymbol{I}(b) := \textcircled{b}$	$\boldsymbol{I}(C) := \{\textcircled{a}, \textcircled{b}, \textcircled{c}\}$
$\boldsymbol{I}(c) := \textcircled{c}$	$\boldsymbol{g}(x) := \textcircled{b}$
$\boldsymbol{I}(d) := \boxed{d}$	$\boldsymbol{g}(y) := \textcircled{a}$

$\langle \boldsymbol{D}, \boldsymbol{I}, \boldsymbol{g} \rangle \models Ca$ iff $\textcircled{a} \in \{\textcircled{a}, \textcircled{b}, \textcircled{c}\}$ ✓

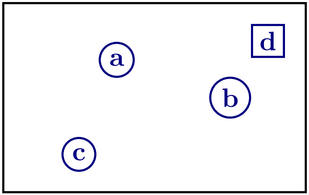
$\langle \boldsymbol{D}, \boldsymbol{I}, \boldsymbol{g} \rangle \models Ux$ iff $\textcircled{b} \in \{\boxed{d}\}$ ✗

$\langle \boldsymbol{D}, \boldsymbol{I}, \boldsymbol{g} \rangle \models \exists x U x$ iff there is a $\boldsymbol{o} \in \boldsymbol{D}$ such that $\langle \boldsymbol{D}, \boldsymbol{I}, \boldsymbol{g}_{[x:=o]} \rangle \models Ux$

$$\boldsymbol{g}_{[x:=\textcircled{a}]}(x) \in \boldsymbol{I}(U)$$

Ejemplo

Shapes (c$\boldsymbol{U}$adrado, $\boldsymbol{C}$irculo).



$$\boldsymbol{D} := \{a, b, c, \boxed{d}\}$$

$\boldsymbol{I}(a) := a$ $\qquad$ $\boldsymbol{I}(U) := \{\boxed{d}\}$

$\boldsymbol{I}(b) := b$ $\qquad$ $\boldsymbol{I}(C) := \{a, b, c\}$

$\boldsymbol{I}(c) := c$ $\qquad$ $g(x) := b$

$\boldsymbol{I}(d) := \boxed{d}$ $\qquad$ $g(y) := a$

$\langle D, I, g\rangle \models Ca$ iff $a \in \{a, b, c\}$ ✓

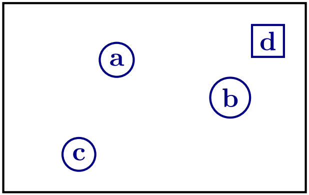
$\langle D, I, g\rangle \models Ux$ iff $b \in \{\boxed{d}\}$ ✗

$\langle D, I, g\rangle \models \exists x Ux$ iff there is a $o \in D$ such that $\langle D, I, g_{[x:=o]}\rangle \models Ux$

$$a \in I(U)$$

Ejemplo

Shapes (c$\boldsymbol{U}$adrado, $\boldsymbol{C}$irculo).



$$\boldsymbol{D} := \{ⓐ, ⓑ, ⓒ, \boxed{d}\}$$

$\boldsymbol{I}(a) := ⓐ$ $\quad$ $\boldsymbol{I}(U) := \{\boxed{d}\}$

$\boldsymbol{I}(b) := ⓑ$ $\quad$ $\boldsymbol{I}(C) := \{ⓐ, ⓑ, ⓒ\}$

$\boldsymbol{I}(c) := ⓒ$ $\quad$ $\boldsymbol{g}(x) := ⓑ$

$\boldsymbol{I}(d) := \boxed{d}$ $\quad$ $\boldsymbol{g}(y) := ⓐ$

$\langle \boldsymbol{D}, \boldsymbol{I}, \boldsymbol{g} \rangle \models Ca$ iff $ⓐ \in \{ⓐ, ⓑ, ⓒ\}$ ✓

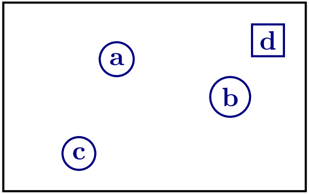
$\langle \boldsymbol{D}, \boldsymbol{I}, \boldsymbol{g} \rangle \models Ux$ iff $ⓑ \in \{\boxed{d}\}$ ✗

$\langle \boldsymbol{D}, \boldsymbol{I}, \boldsymbol{g} \rangle \models \exists x Ux$ iff there is a $\boldsymbol{o} \in \boldsymbol{D}$ such that $\langle \boldsymbol{D}, \boldsymbol{I}, \boldsymbol{g}_{[x:=o]} \rangle \models Ux$

$$ⓐ \in \{\boxed{d}\}$$

Ejemplo

Shapes (c$\boldsymbol{U}$adrado, $\boldsymbol{C}$irculo).



$$\boldsymbol{D} := \{\text{a}, \text{b}, \text{c}, \boxed{\text{d}}\}$$

$$\boldsymbol{I}(a) := \text{a} \qquad \boldsymbol{I}(U) := \{\boxed{\text{d}}\}$$

$$\boldsymbol{I}(b) := \text{b} \qquad \boldsymbol{I}(C) := \{\text{a}, \text{b}, \text{c}\}$$

$$\boldsymbol{I}(c) := \text{c} \qquad \boldsymbol{g}(x) := \text{b}$$

$$\boldsymbol{I}(d) := \boxed{\text{d}} \qquad \boldsymbol{g}(y) := \text{a}$$

$$\langle \boldsymbol{D}, \boldsymbol{I}, \boldsymbol{g} \rangle \models Ca \quad \text{iff} \quad \text{a} \in \{\text{a}, \text{b}, \text{c}\} \ \checkmark$$

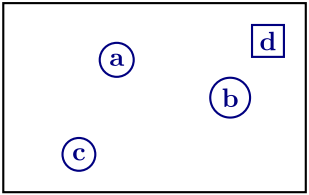
$$\langle \boldsymbol{D}, \boldsymbol{I}, \boldsymbol{g} \rangle \models Ux \quad \text{iff} \quad \text{b} \in \{\boxed{\text{d}}\} \ ✗$$

$$\langle \boldsymbol{D}, \boldsymbol{I}, \boldsymbol{g} \rangle \models \exists x U x \quad \text{iff} \quad \text{there is a } \boldsymbol{o} \in \boldsymbol{D} \text{ such that } \langle \boldsymbol{D}, \boldsymbol{I}, \boldsymbol{g}_{[x:=o]} \rangle \models Ux$$

$$\text{a} \in \{\boxed{\text{d}}\} \ ✗$$

Ejemplo

Shapes (c$\boldsymbol{U}$adrado, $\boldsymbol{C}$irculo).



$$\boldsymbol{D} := \{\textcircled{a}, \textcircled{b}, \textcircled{c}, \boxed{d}\}$$

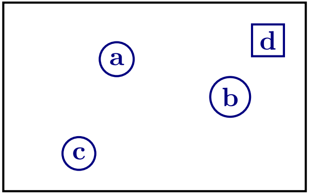
$$\begin{array}{ll}
\boldsymbol{I}(\boldsymbol{a}) := \textcircled{a} & \boldsymbol{I}(\boldsymbol{U}) := \{\boxed{d}\} \\
\boldsymbol{I}(\boldsymbol{b}) := \textcircled{b} & \boldsymbol{I}(\boldsymbol{C}) := \{\textcircled{a}, \textcircled{b}, \textcircled{c}\} \\
\boldsymbol{I}(\boldsymbol{c}) := \textcircled{c} & \boldsymbol{g}(\boldsymbol{x}) := \textcircled{b} \\
\boldsymbol{I}(\boldsymbol{d}) := \boxed{d} & \boldsymbol{g}(\boldsymbol{y}) := \textcircled{a}
\end{array}$$

$$\begin{array}{lll}
\langle \boldsymbol{D}, \boldsymbol{I}, \boldsymbol{g} \rangle \models \boldsymbol{Ca} & \text{iff} & \textcircled{a} \in \{\textcircled{a}, \textcircled{b}, \textcircled{c}\} \checkmark \\
\langle \boldsymbol{D}, \boldsymbol{I}, \boldsymbol{g} \rangle \models \boldsymbol{Ux} & \text{iff} & \textcircled{b} \in \{\boxed{d}\} ✗ \\
\langle \boldsymbol{D}, \boldsymbol{I}, \boldsymbol{g} \rangle \models \exists \boldsymbol{x} \boldsymbol{Ux} & \text{iff} & \text{there is a } \boldsymbol{o} \in \boldsymbol{D} \text{ such that } \langle \boldsymbol{D}, \boldsymbol{I}, \boldsymbol{g}_{[\boldsymbol{x}:=\boldsymbol{o}]} \rangle \models \boldsymbol{Ux}
\end{array}$$

$$\ldots$$

Ejemplo

Shapes (c$\boldsymbol{U}$adrado, $\boldsymbol{C}$irculo).



$$\boldsymbol{D} := \{\textcircled{a}, \textcircled{b}, \textcircled{c}, \boxed{d}\}$$

$$\boldsymbol{I}(a) := \textcircled{a} \qquad \boldsymbol{I}(U) := \{\boxed{d}\}$$

$$\boldsymbol{I}(b) := \textcircled{b} \qquad \boldsymbol{I}(C) := \{\textcircled{a}, \textcircled{b}, \textcircled{c}\}$$

$$\boldsymbol{I}(c) := \textcircled{c} \qquad \boldsymbol{g}(x) := \textcircled{b}$$

$$\boldsymbol{I}(d) := \boxed{d} \qquad \boldsymbol{g}(y) := \textcircled{a}$$

$\langle \boldsymbol{D}, \boldsymbol{I}, \boldsymbol{g} \rangle \models Ca$ iff $\textcircled{a} \in \{\textcircled{a}, \textcircled{b}, \textcircled{c}\}$ ✓

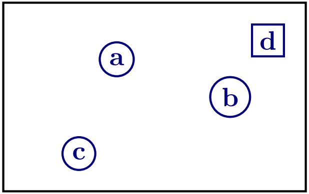
$\langle \boldsymbol{D}, \boldsymbol{I}, \boldsymbol{g} \rangle \models Ux$ iff $\textcircled{b} \in \{\boxed{d}\}$ ✗

$\langle \boldsymbol{D}, \boldsymbol{I}, \boldsymbol{g} \rangle \models \exists x U x$ iff there is a $\boldsymbol{o} \in \boldsymbol{D}$ such that $\langle \boldsymbol{D}, \boldsymbol{I}, \boldsymbol{g}_{[x:=\boldsymbol{o}]} \rangle \models Ux$

$$\langle \boldsymbol{D}, \boldsymbol{I}, \boldsymbol{g}_{[x:=\boxed{d}]} \rangle \models Ux$$

Ejemplo

Shapes (c$\boldsymbol{U}$adrado, $\boldsymbol{C}$irculo).



$$\boldsymbol{D} := \{a, b, c, \boxed{d}\}$$

$$\boldsymbol{I}(a) := a \qquad \boldsymbol{I}(U) := \{\boxed{d}\}$$

$$\boldsymbol{I}(b) := b \qquad \boldsymbol{I}(C) := \{a, b, c\}$$

$$\boldsymbol{I}(c) := c \qquad \boldsymbol{g}(x) := b$$

$$\boldsymbol{I}(d) := \boxed{d} \qquad \boldsymbol{g}(y) := a$$

$\langle \boldsymbol{D}, \boldsymbol{I}, \boldsymbol{g} \rangle \models Ca$ iff $a \in \{a, b, c\}$ ✓

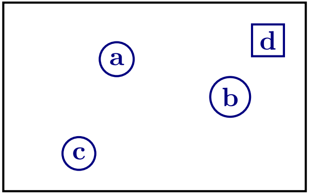
$\langle \boldsymbol{D}, \boldsymbol{I}, \boldsymbol{g} \rangle \models Ux$ iff $b \in \{\boxed{d}\}$ ✗

$\langle \boldsymbol{D}, \boldsymbol{I}, \boldsymbol{g} \rangle \models \exists x Ux$ iff there is a $\boldsymbol{o} \in \boldsymbol{D}$ such that $\langle \boldsymbol{D}, \boldsymbol{I}, \boldsymbol{g}_{[x:=o]} \rangle \models Ux$

$$[\![x]\!]^{\boldsymbol{I}}_{\boldsymbol{g}_{[x:=\boxed{d}]}} \in \boldsymbol{I}(U)$$

Ejemplo

Shapes (c$\boldsymbol{U}$adrado, $\boldsymbol{C}$irculo).



$$\boldsymbol{D} := \{\text{a}, \text{b}, \text{c}, \boxed{\text{d}}\}$$

$$\boldsymbol{I}(a) := \text{a} \qquad \boldsymbol{I}(U) := \{\boxed{\text{d}}\}$$
$$\boldsymbol{I}(b) := \text{b} \qquad \boldsymbol{I}(C) := \{\text{a}, \text{b}, \text{c}\}$$
$$\boldsymbol{I}(c) := \text{c} \qquad \boldsymbol{g}(x) := \text{b}$$
$$\boldsymbol{I}(d) := \boxed{\text{d}} \qquad \boldsymbol{g}(y) := \text{a}$$

$\langle \boldsymbol{D}, \boldsymbol{I}, \boldsymbol{g} \rangle \models Ca$ iff $\text{a} \in \{\text{a}, \text{b}, \text{c}\}$ ✓

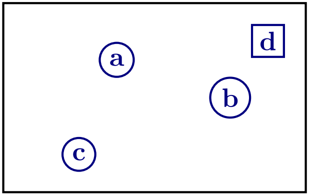
$\langle \boldsymbol{D}, \boldsymbol{I}, \boldsymbol{g} \rangle \models Ux$ iff $\text{b} \in \{\boxed{\text{d}}\}$ ✗

$\langle \boldsymbol{D}, \boldsymbol{I}, \boldsymbol{g} \rangle \models \exists x Ux$ iff there is a $\boldsymbol{o} \in \boldsymbol{D}$ such that $\langle \boldsymbol{D}, \boldsymbol{I}, \boldsymbol{g}_{[x:=\boldsymbol{o}]} \rangle \models Ux$

$$\boldsymbol{g}_{[x:=\boxed{\text{d}}]}(x) \in \boldsymbol{I}(U)$$

Ejemplo

Shapes (c$\boldsymbol{U}$adrado, $\boldsymbol{C}$irculo).



$\boldsymbol{D} := \{a, b, c, \boxed{d}\}$

$\boldsymbol{I}(a) := a \qquad \boldsymbol{I}(U) := \{\boxed{d}\}$

$\boldsymbol{I}(b) := b \qquad \boldsymbol{I}(C) := \{a, b, c\}$

$\boldsymbol{I}(c) := c \qquad g(x) := b$

$\boldsymbol{I}(d) := \boxed{d} \qquad g(y) := a$

$\langle \boldsymbol{D}, \boldsymbol{I}, g\rangle \models Ca$ iff $a \in \{a, b, c\}$ ✓

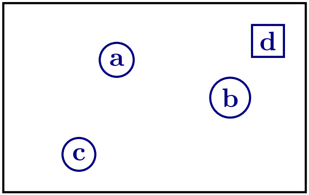
$\langle \boldsymbol{D}, \boldsymbol{I}, g\rangle \models Ux$ iff $b \in \{\boxed{d}\}$ ✗

$\langle \boldsymbol{D}, \boldsymbol{I}, g\rangle \models \exists x Ux$ iff there is a $o \in \boldsymbol{D}$ such that $\langle \boldsymbol{D}, \boldsymbol{I}, g_{[x:=o]}\rangle \models Ux$

$\boxed{d} \in \boldsymbol{I}(U)$

Ejemplo

Shapes (c***U***adrado, ***C***irculo).



$D := \{ⓐ, ⓑ, ⓒ, \boxed{d}\}$

$I(a) := ⓐ$ $\quad I(U) := \{\boxed{d}\}$

$I(b) := ⓑ$ $\quad I(C) := \{ⓐ, ⓑ, ⓒ\}$

$I(c) := ⓒ$ $\quad g(x) := ⓑ$

$I(d) := \boxed{d}$ $\quad g(y) := ⓐ$

$\langle D, I, g\rangle \models Ca$ iff $ⓐ \in \{ⓐ, ⓑ, ⓒ\}$ ✓

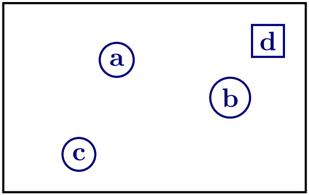
$\langle D, I, g\rangle \models Ux$ iff $ⓑ \in \{\boxed{d}\}$ ✗

$\langle D, I, g\rangle \models \exists x Ux$ iff there is a $o \in D$ such that $\langle D, I, g_{[x:=o]}\rangle \models Ux$

$\boxed{d} \in \{\boxed{d}\}$

Ejemplo

Shapes (c***U***adrado, ***C***irculo).



$D := \{a, b, c, \boxed{d}\}$

$I(a) := a \qquad I(U) := \{\boxed{d}\}$

$I(b) := b \qquad I(C) := \{a, b, c\}$

$I(c) := c \qquad g(x) := b$

$I(d) := \boxed{d} \qquad g(y) := a$

$\langle D, I, g\rangle \models Ca$ iff $a \in \{a, b, c\}$ ✓

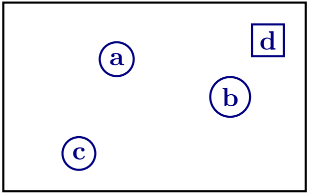
$\langle D, I, g\rangle \models Ux$ iff $b \in \{\boxed{d}\}$ ✗

$\langle D, I, g\rangle \models \exists x Ux$ iff there is a $o \in D$ such that $\langle D, I, g_{[x:=o]}\rangle \models Ux$

$\boxed{d} \in \{\boxed{d}\}$ ✓

Ejemplo

Shapes (c***U***adrado, ***C***irculo).



$$\boldsymbol{D} := \{\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}, \boxed{\mathbf{d}}\}$$

$$\begin{array}{ll} \boldsymbol{I}(a) := \mathbf{a} & \boldsymbol{I}(U) := \{\boxed{\mathbf{d}}\} \\ \boldsymbol{I}(b) := \mathbf{b} & \boldsymbol{I}(C) := \{\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}\} \\ \boldsymbol{I}(c) := \mathbf{c} & \boldsymbol{g}(x) := \mathbf{b} \\ \boldsymbol{I}(d) := \boxed{\mathbf{d}} & \boldsymbol{g}(y) := \mathbf{a} \end{array}$$

$$\begin{array}{lll} \langle \boldsymbol{D}, \boldsymbol{I}, \boldsymbol{g} \rangle \models \boldsymbol{Ca} & \text{iff} & \mathbf{a} \in \{\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}\} \ \checkmark \\ \langle \boldsymbol{D}, \boldsymbol{I}, \boldsymbol{g} \rangle \models \boldsymbol{Ux} & \text{iff} & \mathbf{b} \in \{\boxed{\mathbf{d}}\} \ \text{✗} \\ \langle \boldsymbol{D}, \boldsymbol{I}, \boldsymbol{g} \rangle \models \exists \boldsymbol{x} \boldsymbol{Ux} & \text{iff} & \text{there is a } \boldsymbol{o} \in \boldsymbol{D} \text{ such that } \langle \boldsymbol{D}, \boldsymbol{I}, \boldsymbol{g}_{[\boldsymbol{x}:=\boldsymbol{o}]} \rangle \models \boldsymbol{Ux} \ \checkmark \end{array}$$

Definiciones (1)

Definiciones (1)

- Una **fórmula** φ es **válida** (lógicamente) si, para cualquier modelo $\boldsymbol{M}$, tenemos $\boldsymbol{M} \models \varphi$. En este caso, escribiremos $\models \varphi$.

Definiciones (1)

- Una **fórmula** φ es **válida** (lógicamente) si, para cualquier modelo M, tenemos $M \models \varphi$. En este caso, escribiremos $\models \varphi$.
- Una **inferencia** $\varphi_1, \ldots, \varphi_n / \psi$ es **válida** (lógicamente) si, para cualquier modelo M tal que $M \models \varphi_1$, ..., $M \models \varphi_n$, tenemos que $M \models \psi$. En este caso, escribiremos $\varphi_1, \ldots, \varphi_n \models \psi$.

Definiciones (2)

En particular, dadas dos fórmulas φ y ψ,

Definiciones (2)

En particular, dadas dos fórmulas φ y ψ,

- ψ es una **consecuencia** (lógica) de φ si

$$\varphi \models \psi$$

Definiciones (2)

En particular, dadas dos fórmulas φ y ψ,

- ψ es una **consecuencia** (lógica) de φ si

$$\varphi \models \psi$$

- ψ es **equivalente** (lógicamente) a φ si

$$\varphi \models \psi \qquad \text{y} \qquad \psi \models \varphi$$

Sistema de derivación

Las fórmulas válidas en la lógica de predicados pueden ser derivadas con el siguiente sistema:

Sistema de derivación

Las fórmulas válidas en la lógica de predicados pueden ser derivadas con el siguiente sistema:

1. Todas las tautologías proposicionales.

Sistema de derivación

Las fórmulas válidas en la lógica de predicados pueden ser derivadas con el siguiente sistema:

1. Todas las tautologías proposicionales.
2. $\forall x \varphi \rightarrow (\varphi)^x_t$, siempre y cuando ninguna variable en t aparezca ligada en φ.

Sistema de derivación

Las fórmulas válidas en la lógica de predicados pueden ser derivadas con el siguiente sistema:

1. Todas las tautologías proposicionales.
2. $\forall x \varphi \to (\varphi)^x_t$, siempre y cuando ninguna variable en t aparezca ligada en φ.
3. $\forall x(\varphi \to \psi) \to (\forall x \varphi \to \forall x \psi)$.

Sistema de derivación

Las fórmulas válidas en la lógica de predicados pueden ser derivadas con el siguiente sistema:

1. Todas las tautologías proposicionales.
2. $\forall x \varphi \to (\varphi)^x_t$, siempre y cuando ninguna variable en t aparezca ligada en φ.
3. $\forall x(\varphi \to \psi) \to (\forall x \varphi \to \forall x \psi)$.
4. $\varphi \to \forall x \varphi$, siempre y cuando x no aparezca libre en φ.

Sistema de derivación

Las fórmulas válidas en la lógica de predicados pueden ser derivadas con el siguiente sistema:

1. Todas las tautologías proposicionales.
2. $\forall x \varphi \rightarrow (\varphi)_t^x$, siempre y cuando ninguna variable en t aparezca ligada en φ.
3. $\forall x (\varphi \rightarrow \psi) \rightarrow (\forall x \varphi \rightarrow \forall x \psi)$.
4. $\varphi \rightarrow \forall x \varphi$, siempre y cuando x no aparezca libre en φ.
5. $\exists x \varphi \leftrightarrow \neg \forall x \neg \varphi$.

Sistema de derivación

Las fórmulas válidas en la lógica de predicados pueden ser derivadas con el siguiente sistema:

1. Todas las tautologías proposicionales.
2. $\forall x\varphi \to (\varphi)^x_t$, siempre y cuando ninguna variable en t aparezca ligada en φ.
3. $\forall x(\varphi \to \psi) \to (\forall x\varphi \to \forall x\psi)$.
4. $\varphi \to \forall x\varphi$, siempre y cuando x no aparezca libre en φ.
5. $\exists x\varphi \leftrightarrow \neg\forall x\neg\varphi$.
6. **Modus ponens (MP)**: dado φ y $\varphi \to \psi$, deriva φ.

Sistema de derivación

Las fórmulas válidas en la lógica de predicados pueden ser derivadas con el siguiente sistema:

1. Todas las tautologías proposicionales.
2. $\forall x \varphi \rightarrow (\varphi)^x_t$, siempre y cuando ninguna variable en t aparezca ligada en φ.
3. $\forall x(\varphi \rightarrow \psi) \rightarrow (\forall x \varphi \rightarrow \forall x \psi)$.
4. $\varphi \rightarrow \forall x \varphi$, siempre y cuando x no aparezca libre en φ.
5. $\exists x \varphi \leftrightarrow \neg \forall x \neg \varphi$.
6. **Modus ponens (MP)**: dado φ y $\varphi \rightarrow \psi$, deriva φ.
7. **Generalización universal (GU)**: dado φ, deriva $\forall x \varphi$ siempre y cuando x no aparezca libre en ninguna premisa usada en la derivación de φ.

Sistema de derivación

Las fórmulas válidas en la lógica de predicados pueden ser derivadas con el siguiente sistema:

1. Todas las tautologías proposicionales.
2. $\forall x\varphi \to (\varphi)^x_t$, siempre y cuando ninguna variable en t aparezca ligada en φ.
3. $\forall x(\varphi \to \psi) \to (\forall x\varphi \to \forall x\psi)$.
4. $\varphi \to \forall x\varphi$, siempre y cuando x no aparezca libre en φ.
5. $\exists x\varphi \leftrightarrow \neg\forall x\neg\varphi$.
6. **Modus ponens (MP)**: dado φ y $\varphi \to \psi$, deriva φ.
7. **Generalización universal (GU)**: dado φ, deriva $\forall x\varphi$ siempre y cuando x no aparezca libre en ninguna premisa usada en la derivación de φ.

Un **teorema** es una fórmula que puede ser derivada en un número **finito** de pasos siguiendo los principios anteriores.

Ejemplo

Ejemplo

1.	$\forall x \neg \varphi \to (\neg \varphi)^x_t$	Axioma 2

Ejemplo

1.	$\forall x \neg \varphi \rightarrow (\neg \varphi)^x_t$	Axioma 2
2.	$\forall x \neg \varphi \rightarrow \neg (\varphi)^x_t$	Definición de substitución

Ejemplo

1.	$\forall x \neg \varphi \to (\neg \varphi)^x_t$	Axioma 2
2.	$\forall x \neg \varphi \to \neg (\varphi)^x_t$	Definición de substitución
3.	$\left(\forall x \neg \varphi \to \neg (\varphi)^x_t\right) \to \left((\varphi)^x_t \to \neg \forall x \neg \varphi\right)$	Tautología proposicional

Ejemplo

1.	$\forall x \neg \varphi \rightarrow (\neg \varphi)^x_t$	Axioma 2
2.	$\forall x \neg \varphi \rightarrow \neg (\varphi)^x_t$	Definición de substitución
3.	$\big(\forall x \neg \varphi \rightarrow \neg (\varphi)^x_t\big) \rightarrow \big((\varphi)^x_t \rightarrow \neg \forall x \neg \varphi\big)$	Tautología proposicional
4.	$(\varphi)^x_t \rightarrow \neg \forall x \neg \varphi$	MP con pasos 2 y 3

Ejemplo

1.	$\forall x \neg \varphi \to (\neg \varphi)^x_t$	Axioma 2
2.	$\forall x \neg \varphi \to \neg (\varphi)^x_t$	Definición de substitución
3.	$\left(\forall x \neg \varphi \to \neg (\varphi)^x_t\right) \to \left((\varphi)^x_t \to \neg \forall x \neg \varphi\right)$	Tautología proposicional
4.	$(\varphi)^x_t \to \neg \forall x \neg \varphi$	MP con pasos 2 y 3
5.	$(\varphi)^x_t \to \exists x \varphi$	Axioma 5

Ejemplo

1.	$\forall x \neg \varphi \to (\neg \varphi)^x_t$	Axioma 2
2.	$\forall x \neg \varphi \to \neg (\varphi)^x_t$	Definición de substitución
3.	$\left(\forall x \neg \varphi \to \neg (\varphi)^x_t\right) \to \left((\varphi)^x_t \to \neg \forall x \neg \varphi\right)$	Tautología proposicional
4.	$(\varphi)^x_t \to \neg \forall x \neg \varphi$	MP con pasos 2 y 3
5.	$(\varphi)^x_t \to \exists x \varphi$	Axioma 5

Por lo tanto, $(\varphi)^x_t \to \exists x \varphi$ es un teorema.

Sistema de derivación

El sistema de derivación dado tiene dos propiedades:

Sistema de derivación

El sistema de derivación dado tiene dos propiedades:

- Es **correcto**: todo teorema es una fórmula válida.

Sistema de derivación

El sistema de derivación dado tiene dos propiedades:

- Es **correcto**: todo teorema es una fórmula válida.
- Es **completo**: toda fórmula válida es un teorema.

Igualdad

El predicado de **igualdad** "$=$".

Igualdad

El predicado de **igualdad** "$=$".

- Si $\boldsymbol{t_1}$ y $\boldsymbol{t_2}$ son términos, entonces $\boldsymbol{t_1} = \boldsymbol{t_2}$ es una **fórmula**.

Igualdad

El predicado de **igualdad** "=".

- Si t_1 y t_2 son términos, entonces $t_1 = t_2$ es una **fórmula**.
- Ejemplo: "*Juan ama a María y Beto ama a otra mujer*"

$$Ajm \wedge \exists x\big(Mx \wedge \neg(x = m) \wedge Abx\big)$$

Igualdad

El predicado de **igualdad** "=".

- Si t_1 y t_2 son términos, entonces $t_1 = t_2$ es una **fórmula**.
- Ejemplo: "*Juan ama a María y Beto ama a otra mujer*"

$$Ajm \wedge \exists x \big(Mx \wedge \neg(x = m) \wedge Abx\big)$$

- $\langle D, I, g \rangle \models t_1 = t_2$ ssi $[\![t_1]\!]_g^I$ y $[\![t_2]\!]_g^I$ son el mismo objeto.

Símbolos representando funciones

Símbolos representando funciones

- Símbolos representando **funciones**:

$$\boldsymbol{f}, \boldsymbol{g}, \boldsymbol{h}, \ldots$$

Símbolos representando funciones

- Símbolos representando **funciones**:

$$\boldsymbol{f}, \boldsymbol{g}, \boldsymbol{h}, \ldots$$

- Si $\boldsymbol{t_1}, \ldots, \boldsymbol{t_n}$ son términos y $\boldsymbol{f}$ un símbolo de function, $\boldsymbol{f(t_1, \ldots, t_n)}$ es un **término**.

Símbolos representando funciones

- Símbolos representando **funciones**:

$$f, g, h, \ldots$$

- Si $t_1, \ldots, t_n$ son términos y f un símbolo de function, $f(t_1, \ldots, t_n)$ es un **término**.

- Ejemplo: "*El sucesor de todo número es mayor que el número*"

$$\forall x(x < s(x))$$

Símbolos representando funciones

- Símbolos representando **funciones**:

$$f, g, h, \ldots$$

- Si $t_1, \ldots, t_n$ son términos y f un símbolo de function, $f(t_1, \ldots, t_n)$ es un **término**.

- Ejemplo: "*El sucesor de todo número es mayor que el número*"

$$\forall x(x < s(x))$$

- En un modelo $\langle D, I, g \rangle$, la función de interpretación le asigna, a cada símbolo de función f, una función $I(f)$ sobre D.

Símbolos representando funciones

- Símbolos representando **funciones**:

$$f, g, h, \ldots$$

- Si $t_1, \ldots, t_n$ son términos y f un símbolo de function, $f(t_1, \ldots, t_n)$ es un **término**.

- Ejemplo: "*El sucesor de todo número es mayor que el número*"

$$\forall x(x < s(x))$$

- En un modelo $\langle D, I, g \rangle$, la función de interpretación le asigna, a cada símbolo de función f, una función $I(f)$ sobre D.

- El valor de una función: $[\![f(t_1, \ldots, t_n)]\!]_g^I := I(f)\big([\![t_1]\!]_g^I, \ldots, [\![t_n]\!]_g^I\big)$.

Símbolos representando funciones

- Símbolos representando **funciones**:

$$f, g, h, \ldots$$

- Si $t_1, \ldots, t_n$ son términos y f un símbolo de function, $f(t_1, \ldots, t_n)$ es un **término**.

- Ejemplo: "*El sucesor de todo número es mayor que el número*"

$$\forall x(x < s(x))$$

- En un modelo $\langle D, I, g\rangle$, la función de interpretación le asigna, a cada símbolo de función f, una función $I(f)$ sobre D.

- El valor de una función: $[\![f(t_1, \ldots, t_n)]\!]_g^I := I(f)([\![t_1]\!]_g^I, \ldots, [\![t_n]\!]_g^I)$.

- Ejemplo: la función sucesor s está dada como $I(s)(n) := n + 1$.