Lógica en Acción

Capítulo 5: Lógica, Información y Conocimiento

http://www.logicinaction.org/

Observación, inferencia y comunicación

Una persona se encuentra en la entrada de un cuarto cerrado y ve un objeto blanco afuera. Otra persona le dice que, adentro del cuarto, hay otro objeto que tiene el mismo color que el objeto que está afuera. Con está información, la primera persona razona y se da cuenta que debe haber un objeto blanco dentro del cuarto. Todo el proceso se basa en tres acciones: la observación inicial, luego la comunicación con la segunda persona y, finalmente, una inferencia.

Observación, inferencia y comunicación

Una persona se encuentra en la entrada de un cuarto cerrado y **ve** un objeto blanco afuera. Otra persona le dice que, adentro del cuarto, hay otro objeto que tiene el mismo color que el objeto que está afuera. Con está información, la primera persona razona y se da cuenta que debe haber un objeto blanco dentro del cuarto. Todo el proceso se basa en tres acciones: la **observación** inicial, luego la comunicación con la segunda persona y, finalmente, una inferencia.

Observación, inferencia y comunicación

Una persona se encuentra en la entrada de un cuarto cerrado y ve un objeto blanco afuera. Otra persona le **dice** que, adentro del cuarto, hay otro objeto que tiene el mismo color que el objeto que está afuera. Con está información, la primera persona razona y se da cuenta que debe haber un objeto blanco dentro del cuarto. Todo el proceso se basa en tres acciones: la observación inicial, luego la **comunicación** con la segunda persona y, finalmente, una inferencia.

Observación, inferencia y comunicación

Una persona se encuentra en la entrada de un cuarto cerrado y ve un objeto blanco afuera. Otra persona le dice que, adentro del cuarto, hay otro objeto que tiene el mismo color que el objeto que está afuera. Con está información, la primera persona **razona** y se da cuenta que debe haber un objeto blanco dentro del cuarto. Todo el proceso se basa en tres acciones: la observación inicial, luego la comunicación con la segunda persona y, finalmente, una **inferencia**.

De objetivo a subjetivo

De objetivo a subjetivo

De

De objetivo a subjetivo

De

- Si $p \longrightarrow q$ y p son verdaderas, entonces q es verdadera.

De objetivo a subjetivo

De

- Si $p \to q$ y p son verdaderas, entonces q es verdadera.

a

De objetivo a subjetivo

De

- Si $p \longrightarrow q$ y p son verdaderas, entonces q es verdadera.

a

- Si **yo sé** que $p \longrightarrow q$ y p son verdaderas, entonces **yo sé** que q es verdadera.

Representación

La idea clave:

Representación

La idea clave:

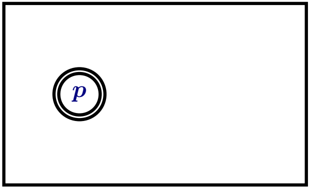
Representar **incertidumbre** en lugar de información.

Ejemplo (1)

Considere un caso de un *agente*:

Ejemplo (1)

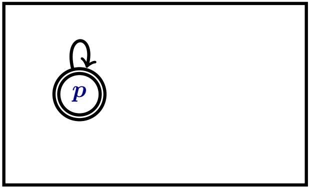
Considere un caso de un *agente*:



- p es verdadera

Ejemplo (1)

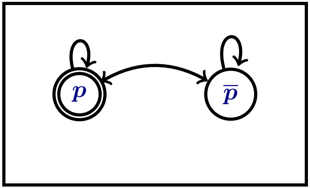
Considere un caso de un *agente*:



- p es verdadera
- el agente considera posible que p sea verdadera,

Ejemplo (1)

Considere un caso de un *agente*:



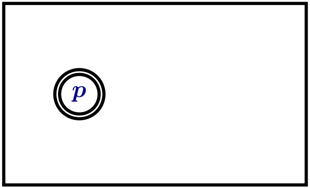
- ***p*** es verdadera
- el agente considera posible que ***p*** sea verdadera,
- pero también considera posible que ***p*** sea falsa.

Ejemplo (2)

Considere el caso de dos *agentes*, $\boldsymbol{i}$ y $\boldsymbol{j}$:

Ejemplo (2)

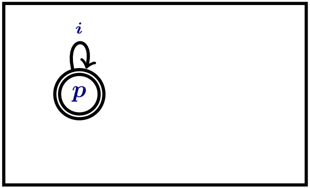
Considere el caso de dos *agentes*, $\boldsymbol{i}$ y $\boldsymbol{j}$:



- $\boldsymbol{p}$ es verdadera

Ejemplo (2)

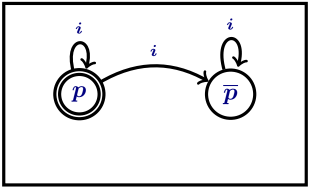
Considere el caso de dos *agentes*, $\boldsymbol{i}$ y $\boldsymbol{j}$:



- $\boldsymbol{p}$ es verdadera
- el agente considera posible que $\boldsymbol{p}$ sea verdadera,

Ejemplo (2)

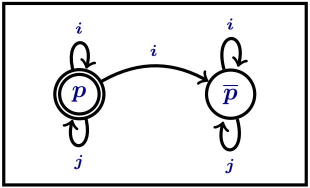
Considere el caso de dos *agentes*, $\boldsymbol{i}$ y $\boldsymbol{j}$:



- $\boldsymbol{p}$ es verdadera
- el agente considera posible que $\boldsymbol{p}$ sea verdadera,
- pero también considera posible que $\boldsymbol{p}$ sea falsa.

Ejemplo (2)

Considere el caso de dos *agentes*, $\boldsymbol{i}$ y $\boldsymbol{j}$:



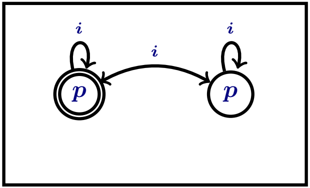
- $\boldsymbol{p}$ es verdadera
- el agente considera posible que $\boldsymbol{p}$ sea verdadera,
- pero también considera posible que $\boldsymbol{p}$ sea falsa.
- Por otro lado, $\boldsymbol{j}$ conoce el valor de $\boldsymbol{p}$.

Ejemplo (3)

¿Que información tiene $\boldsymbol{i}$ en cada uno de los siguientes modelos?

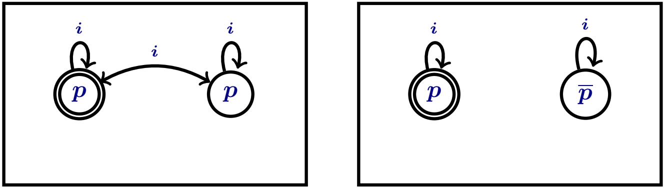
Ejemplo (3)

¿Que información tiene i en cada uno de los siguientes modelos?



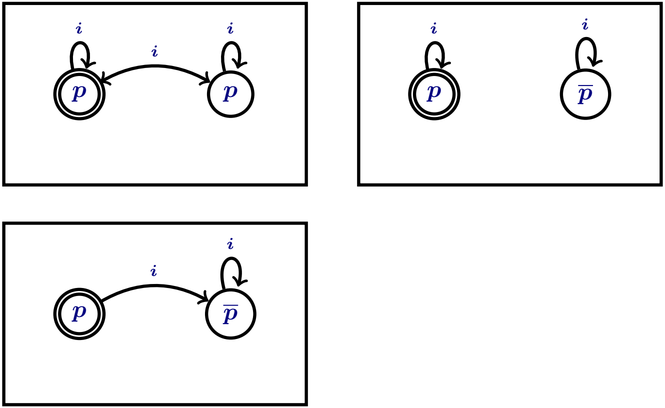
Ejemplo (3)

¿Que información tiene $\boldsymbol{i}$ en cada uno de los siguientes modelos?



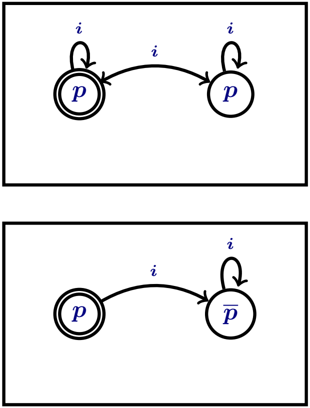
Ejemplo (3)

¿Que información tiene ***i*** en cada uno de los siguientes modelos?



Ejemplo (3)

¿Que información tiene $\boldsymbol{i}$ en cada uno de los siguientes modelos?

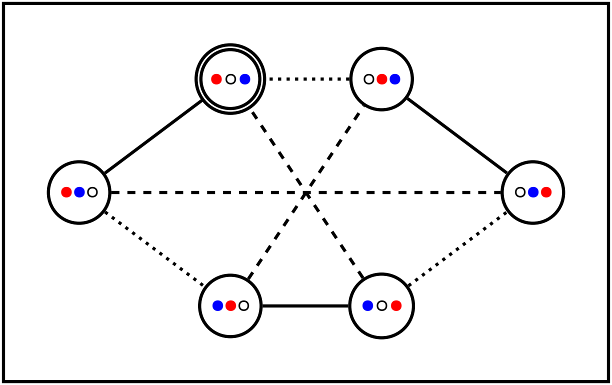


Ejemplo (4)

Repartiendo cartas: ●○● indica que el jugador 1 (—) tiene la carta **roja**, el jugador 2 (- - -) tiene la carta **blanca** y el jugador 3 ($\cdots$) tiene la carta **azul**.

Ejemplo (4)

Repartiendo cartas: ●○● indica que el jugador 1 (—) tiene la carta **roja**, el jugador 2 (- - -) tiene la carta **blanca** y el jugador 3 (· · ·) tiene la carta **azul**.



Representación

La idea clave:

Representación

La idea clave:

Si modelos como el anterior representan la información de un grupo de agentes, entonces cambios en el modelo representan **cambios en dicha información**.

Representación

La idea clave:

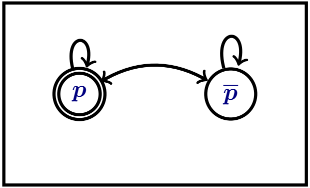
Si modelos como el anterior representan la información de un grupo de agentes, entonces cambios en el modelo representan **cambios en dicha información**.

El cambio mas sencillo:

Si la incertidumbre se **reduce**, entonces la información **aumenta**.

Ejemplo (1)

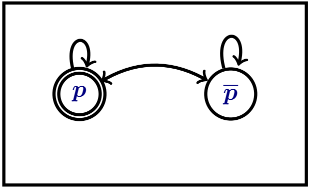
Considere un caso de un *agente*:



- p es verdadera
- el agente considera posible que p sea verdadera,
- pero también considera posible que p sea falsa.

Ejemplo (1)

Considere un caso de un *agente*:

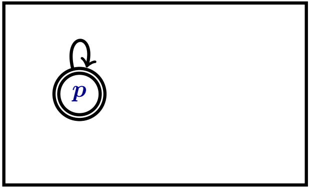


- p es verdadera
- el agente considera posible que p sea verdadera,
- pero también considera posible que p sea falsa.

Supongamos que el agente observa que p es verdadera;

Ejemplo (1)

Considere un caso de un *agente*:

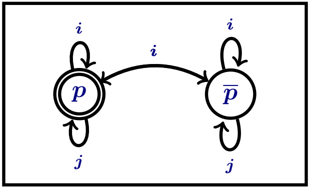


- p es verdadera
- el agente considera posible que p sea verdadera,
- pero también considera posible que p sea falsa.

Supongamos que el agente observa que p es verdadera; entonces, una posibilidad es descartada.

Ejemplo (2)

Considere el caso de dos *agentes*, $\boldsymbol{i}$ y $\boldsymbol{j}$:

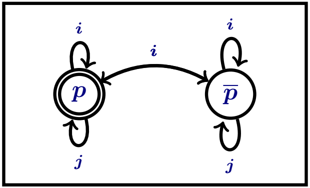


- $\boldsymbol{p}$ es verdadera
- el agente considera posible que $\boldsymbol{p}$ sea verdadera,
- pero también considera posible que $\boldsymbol{p}$ sea falsa.

- Por otro lado, $\boldsymbol{j}$ conoce el valor de $\boldsymbol{p}$.

Ejemplo (2)

Considere el caso de dos *agentes*, $\boldsymbol{i}$ y $\boldsymbol{j}$:

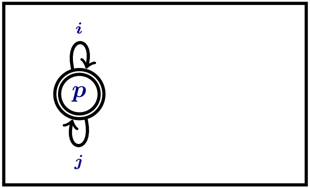


- $\boldsymbol{p}$ es verdadera
- el agente considera posible que $\boldsymbol{p}$ sea verdadera,
- pero también considera posible que $\boldsymbol{p}$ sea falsa.
- Por otro lado, $\boldsymbol{j}$ conoce el valor de $\boldsymbol{p}$.

Supongamos que $\boldsymbol{j}$ le dice a $\boldsymbol{i}$ que $\boldsymbol{p}$ es verdadera;

Ejemplo (2)

Considere el caso de dos *agentes*, $\boldsymbol{i}$ y $\boldsymbol{j}$:

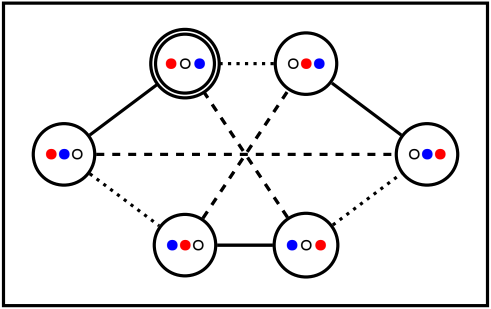


- $\boldsymbol{p}$ es verdadera
- el agente considera posible que $\boldsymbol{p}$ sea verdadera,
- pero también considera posible que $\boldsymbol{p}$ sea falsa.
- Por otro lado, $\boldsymbol{j}$ conoce el valor de $\boldsymbol{p}$.

Supongamos que $\boldsymbol{j}$ le dice a $\boldsymbol{i}$ que $\boldsymbol{p}$ es verdadera; entonces obtenemos este modelo.

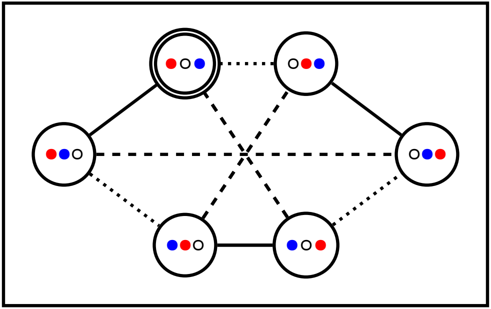
Ejemplo (3)

Repartiendo cartas: ●○● indica que el jugador 1 (—) tiene la carta **roja**, el jugador 2 (- - -) tiene la carta **blanca** y el jugador 3 (···) tiene la carta **azul**.



Ejemplo (3)

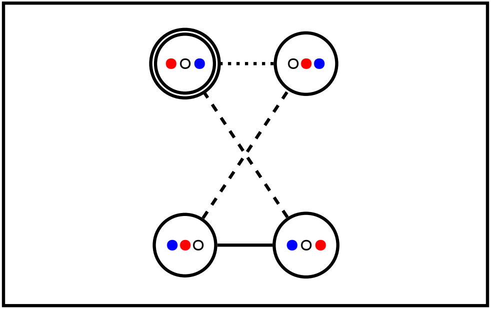
Repartiendo cartas: ●○● indica que el jugador 1 (—) tiene la carta **roja**, el jugador 2 (- - -) tiene la carta **blanca** y el jugador 3 (···) tiene la carta **azul**.



2 le pregunta a 1 "*¿Tu carta es **azul**?*"

Ejemplo (3)

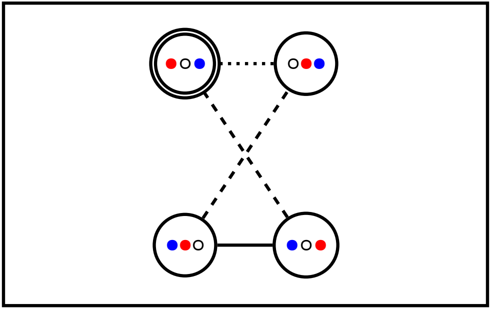
Repartiendo cartas: ●○● indica que el jugador 1 (—) tiene la carta **roja**, el jugador 2 (- - -) tiene la carta **blanca** y el jugador 3 (···) tiene la carta **azul**.



2 le pregunta a 1 "*¿Tu carta es **azul**?*"

Ejemplo (3)

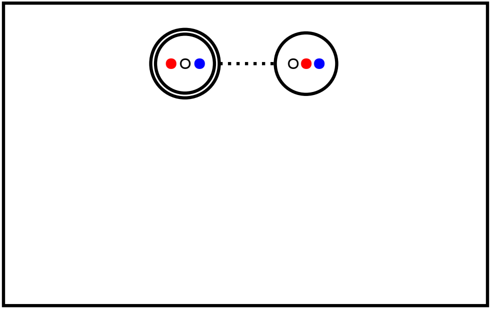
Repartiendo cartas: ●○● indica que el jugador 1 (—) tiene la carta **roja**, el jugador 2 (- - -) tiene la carta **blanca** y el jugador 3 (· · ·) tiene la carta **azul**.



2 le pregunta a 1 "*¿Tu carta es **azul**?*" 1 responde "*No*"

Ejemplo (3)

Repartiendo cartas: ●○● indica que el jugador 1 (—) tiene la carta **roja**, el jugador 2 (- - -) tiene la carta **blanca** y el jugador 3 ($\cdots$) tiene la carta **azul**.



2 le pregunta a 1 "*¿Tu carta es **azul**?*" 1 responde "*No*".

El lenguaje

Sean P un conjunto de enunciados básicos y N un conjunto de agentes.

El lenguaje

Sean P un conjunto de enunciados básicos y N un conjunto de agentes.

El **lenguaje de la lógica epistémica** se construye a partir de las siguientes reglas.

El lenguaje

Sean `P` un conjunto de enunciados básicos y `N` un conjunto de agentes.

El **lenguaje de la lógica epistémica** se construye a partir de las siguientes reglas.

1. Todo enunciado básico en `P` está en el lenguaje:

$$\boldsymbol{p}, \boldsymbol{q}, \boldsymbol{r}, \ldots$$

El lenguaje

Sean P un conjunto de enunciados básicos y N un conjunto de agentes.

El **lenguaje de la lógica epistémica** se construye a partir de las siguientes reglas.

1. Todo enunciado básico en P está en el lenguaje:

$$\boldsymbol{p}, \boldsymbol{q}, \boldsymbol{r}, \ldots$$

2. Si φ y ψ son fórmulas, entonces podemos construir las siguientes fórmulas:

$$\neg\varphi, \quad \varphi \land \psi, \quad \varphi \lor \psi, \quad \varphi \rightarrow \psi, \quad \varphi \leftrightarrow \psi$$

El lenguaje

Sean P un conjunto de enunciados básicos y N un conjunto de agentes.

El **lenguaje de la lógica epistémica** se construye a partir de las siguientes reglas.

1. Todo enunciado básico en P está en el lenguaje:

$$\boldsymbol{p}, \boldsymbol{q}, \boldsymbol{r}, \ldots$$

2. Si φ y ψ son fórmulas, entonces podemos construir las siguientes fórmulas:

$$\neg\varphi, \quad \varphi \land \psi, \quad \varphi \lor \psi, \quad \varphi \rightarrow \psi, \quad \varphi \leftrightarrow \psi$$

3. Si φ es una fórmula y $\boldsymbol{i}$ un agente en N, entonces podemos construir la siguiente fórmula:

$$\Box_{\boldsymbol{i}}\, \varphi$$

El lenguaje

Sean P un conjunto de enunciados básicos y N un conjunto de agentes.

El **lenguaje de la lógica epistémica** se construye a partir de las siguientes reglas.

1. Todo enunciado básico en P está en el lenguaje:

$$\boldsymbol{p}, \boldsymbol{q}, \boldsymbol{r}, \ldots$$

2. Si φ y ψ son fórmulas, entonces podemos construir las siguientes fórmulas:

$$\neg\varphi, \quad \varphi \wedge \psi, \quad \varphi \vee \psi, \quad \varphi \rightarrow \psi, \quad \varphi \leftrightarrow \psi$$

3. Si φ es una fórmula y $\boldsymbol{i}$ un agente en N, entonces podemos construir la siguiente fórmula:

$$\Box_{\boldsymbol{i}}\, \varphi$$

Definimos $\Diamond_{\boldsymbol{i}}\, \varphi$ como la abreviatura de $\neg\Box_{\boldsymbol{i}}\, \neg\varphi$.

Ejemplos

Ejemplos

- **J**aime sabe que está lloviendo.

Ejemplos

- **J**aime sabe que está lloviendo.

$$\Box_J \, r$$

Ejemplos

- **J**aime sabe que está lloviendo.

$$\Box_J\, r$$

- **N**atalia sabe si está lloviendo.

Ejemplos

- **J**aime sabe que está lloviendo.

$$\Box_J\, r$$

- **N**atalia sabe si está lloviendo.

$$\Box_N\, r \;\vee\; \Box_N\, \neg r$$

Ejemplos

- **J**aime sabe que está lloviendo.

$$\Box_J\, r$$

- **N**atalia sabe si está lloviendo.

$$\Box_N\, r \;\vee\; \Box_N\, \neg r$$

- **J**aime no sabe si está lloviendo.

Ejemplos

- **J**aime sabe que está lloviendo.

$$\Box_J\, r$$

- **N**atalia sabe si está lloviendo.

$$\Box_N\, r \;\vee\; \Box_N\, \neg r$$

- **J**aime no sabe si está lloviendo.

$$\neg\Box_J\, r \;\wedge\; \neg\Box_J\, \neg r$$

Ejemplos

- **J**aime sabe que está lloviendo.

$$\Box_J \, r$$

- **N**atalia sabe si está lloviendo.

$$\Box_N \, r \;\vee\; \Box_N \, \neg r$$

- **J**aime no sabe si está lloviendo.

$$\neg\Box_J \, r \;\wedge\; \neg\Box_J \, \neg r$$

- **J**aime no sabe que está lloviendo, y de hecho no está lloviendo.

Ejemplos

- **J**aime sabe que está lloviendo.

$$\Box_J\, r$$

- **N**atalia sabe si está lloviendo.

$$\Box_N\, r \;\lor\; \Box_N\, \neg r$$

- **J**aime no sabe si está lloviendo.

$$\neg\Box_J\, r \;\land\; \neg\Box_J\, \neg r$$

- **J**aime no sabe que está lloviendo, y de hecho no está lloviendo.

$$\neg\Box_J\, r \;\land\; \neg r$$

Ejemplos

- **J**aime sabe que está lloviendo.

$$\Box_J\, r$$

- **N**atalia sabe si está lloviendo.

$$\Box_N\, r \;\vee\; \Box_N\, \neg r$$

- **J**aime no sabe si está lloviendo.

$$\neg\Box_J\, r \;\wedge\; \neg\Box_J\, \neg r$$

- **J**aime no sabe que está lloviendo, y de hecho no está lloviendo.

$$\neg\Box_J\, r \;\wedge\; \neg r$$

- **J**aime sabe que **N**atalia sabe si esta lloviendo, pero él no sabe.

Ejemplos

- **J**aime sabe que está lloviendo.

$$\Box_J \, r$$

- **N**atalia sabe si está lloviendo.

$$\Box_N \, r \;\vee\; \Box_N \, \neg r$$

- **J**aime no sabe si está lloviendo.

$$\neg\Box_J \, r \;\wedge\; \neg\Box_J \, \neg r$$

- **J**aime no sabe que está lloviendo, y de hecho no está lloviendo.

$$\neg\Box_J \, r \;\wedge\; \neg r$$

- **J**aime sabe que **N**atalia sabe si esta lloviendo, pero él no sabe.

$$\Box_J \left(\Box_N \, r \;\vee\; \Box_N \, \neg r\right) \wedge \left(\neg\Box_J \, r \;\wedge\; \neg\Box_J \, \neg r\right)$$

Para practicar

1. Jaime sabe que está lloviendo.
2. Natalia sabe si está lloviendo.
3. Jaime sabe que Natalia sabe si está lloviendo, pero él no sabe.
4. Natalia considera posible que esté lloviendo.
5. Jaime no sabe que está lloviendo, y de hecho no está lloviendo.
6. Natalia sabe que está lloviendo, pero de hecho no está lloviendo.
7. Jaime sabe que si está lloviendo, entonces el suelo se va a humedecer.
8. Si Jaime sabe que si está lloviendo entonces el suelo se va a humedecer y también sabe que está lloviendo; entonces él sabe que el suelo se va a humedecer.
9. Jaime considera posible que Natalia sabe que está lloviendo.
10. Natalia no sabe que Jaime sabe que ella sabe si está lloviendo.

De lenguaje natural a lenguaje formal (1)

En esta historia hay tres personajes: Sherlock (S), Hemish (H) y James (J). Utilizaremos la siguiente notación:

$\boldsymbol{a}$ - **"el doctor comió el pescado"**	$\boldsymbol{d}$ - **"el doctor murió envenenado"**
$\boldsymbol{r}$ - **"el pescado estaba podrido"**	$\boldsymbol{c}$ - **"James puso cianuro en el pescado"**

Traduzca los siguientes enunciados en fórmulas de la lógica epistémica.

De lenguaje natural a lenguaje formal (1)

En esta historia hay tres personajes: Sherlock (S), Hemish (H) y James (J). Utilizaremos la siguiente notación:

a - **"el doctor comió el pescado"**	***d*** - **"el doctor murió envenenado"**
r - **"el pescado estaba podrido"**	***c*** - **"James puso cianuro en el pescado"**

Traduzca los siguientes enunciados en fórmulas de la lógica epistémica.

1. Sherlock sabe que el doctor murió envenenado.
2. Sherlock sabe que si James puso cianuro en el pescado y el doctor lo comió, entonces el doctor murió envenenado.
3. Hemish no sabe si el doctor murió envenenado o no, pero el considera posible que Sherlock sepa.

De lenguaje natural a lenguaje formal (1)

En esta historia hay tres personajes: Sherlock (S), Hemish (H) y James (J). Utilizaremos la siguiente notación:

a - **"el doctor comió el pescado"**	d - **"el doctor murió envenenado"**
r - **"el pescado estaba podrido"**	c - **"James puso cianuro en el pescado"**

Traduzca los siguientes enunciados en fórmulas de la lógica epistémica.

1. Sherlock sabe que el doctor murió envenenado.

$$\Box_S\, d$$

2. Sherlock sabe que si James puso cianuro en el pescado y el doctor lo comió, entonces el doctor murió envenenado.

3. Hemish no sabe si el doctor murió envenenado o no, pero el considera posible que Sherlock sepa.

De lenguaje natural a lenguaje formal (1)

En esta historia hay tres personajes: Sherlock (S), Hemish (H) y James (J). Utilizaremos la siguiente notación:

a - **"el doctor comió el pescado"**	***d*** - **"el doctor murió envenenado"**
r - **"el pescado estaba podrido"**	***c*** - **"James puso cianuro en el pescado"**

Traduzca los siguientes enunciados en fórmulas de la lógica epistémica.

1. Sherlock sabe que el doctor murió envenenado.

$$\Box_S \, d$$

2. Sherlock sabe que si James puso cianuro en el pescado y el doctor lo comió, entonces el doctor murió envenenado.

$$\Box_S \, ((c \land a) \to d)$$

3. Hemish no sabe si el doctor murió envenenado o no, pero el considera posible que Sherlock sepa.

De lenguaje natural a lenguaje formal (1)

En esta historia hay tres personajes: Sherlock (S), Hemish (H) y James (J). Utilizaremos la siguiente notación:

$\boldsymbol{a}$ - **"el doctor comió el pescado"** $\boldsymbol{d}$ - **"el doctor murió envenenado"**
$\boldsymbol{r}$ - **"el pescado estaba podrido"** $\boldsymbol{c}$ - **"James puso cianuro en el pescado"**

Traduzca los siguientes enunciados en fórmulas de la lógica epistémica.

1. Sherlock sabe que el doctor murió envenenado.

$$\Box_S\, \boldsymbol{d}$$

2. Sherlock sabe que si James puso cianuro en el pescado y el doctor lo comió, entonces el doctor murió envenenado.

$$\Box_S\, ((\boldsymbol{c} \wedge \boldsymbol{a}) \rightarrow \boldsymbol{d})$$

3. Hemish no sabe si el doctor murió envenenado o no, pero el considera posible que Sherlock sepa.

$$(\neg\Box_H\, \boldsymbol{d} \wedge \neg\Box_H\, \neg\boldsymbol{d}) \wedge \Diamond_H\, (\Box_S\, \boldsymbol{d} \vee \Box_S\, \neg\boldsymbol{d})$$

De lenguaje natural a lenguaje formal (2)

De lenguaje natural a lenguaje formal (2)

4. Hemish sabe que si el pescado estaba podrido y el doctor lo comió, entonces el doctor murió envenenado.

5. Sherlock sabe que James sabe si él (James) puso cianuro en el pescado o no.

6. James sabe que Sherlock sabe que el doctor murió envenenado, y también sabe que Hemish no lo sabe.

7. Sherlock sabe que si James puso cianuro en el pescado, entonces lo sabe.

De lenguaje natural a lenguaje formal (2)

4. Hemish sabe que si el pescado estaba podrido y el doctor lo comió, entonces el doctor murió envenenado.

$$\Box_H\,((r \wedge a) \rightarrow d)$$

5. Sherlock sabe que James sabe si él (James) puso cianuro en el pescado o no.

6. James sabe que Sherlock sabe que el doctor murió envenenado, y también sabe que Hemish no lo sabe.

7. Sherlock sabe que si James puso cianuro en el pescado, entonces lo sabe.

De lenguaje natural a lenguaje formal (2)

4. Hemish sabe que si el pescado estaba podrido y el doctor lo comió, entonces el doctor murió envenenado.

$$\Box_H \left((r \land a) \rightarrow d \right)$$

5. Sherlock sabe que James sabe si él (James) puso cianuro en el pescado o no.

$$\Box_S \left(\Box_J\, c \;\lor\; \Box_J\, \neg c \right)$$

6. James sabe que Sherlock sabe que el doctor murió envenenado, y también sabe que Hemish no lo sabe.

7. Sherlock sabe que si James puso cianuro en el pescado, entonces lo sabe.

De lenguaje natural a lenguaje formal (2)

4. Hemish sabe que si el pescado estaba podrido y el doctor lo comió, entonces el doctor murió envenenado.

$$\Box_H \left((r \wedge a) \rightarrow d\right)$$

5. Sherlock sabe que James sabe si él (James) puso cianuro en el pescado o no.

$$\Box_S \left(\Box_J \, c \;\vee\; \Box_J \neg c\right)$$

6. James sabe que Sherlock sabe que el doctor murió envenenado, y también sabe que Hemish no lo sabe.

$$\Box_J \Box_S \, d \;\wedge\; \Box_J \neg \Box_H \, d$$

7. Sherlock sabe que si James puso cianuro en el pescado, entonces lo sabe.

De lenguaje natural a lenguaje formal (2)

4. Hemish sabe que si el pescado estaba podrido y el doctor lo comió, entonces el doctor murió envenenado.

$$\Box_H \left((r \land a) \longrightarrow d \right)$$

5. Sherlock sabe que James sabe si él (James) puso cianuro en el pescado o no.

$$\Box_S \left(\Box_J \, c \;\lor\; \Box_J \, \neg c \right)$$

6. James sabe que Sherlock sabe que el doctor murió envenenado, y también sabe que Hemish no lo sabe.

$$\Box_J \, \Box_S \, d \;\land\; \Box_J \, \neg \Box_H \, d$$

7. Sherlock sabe que si James puso cianuro en el pescado, entonces lo sabe.

$$\Box_S \left(c \longrightarrow \Box_J \, c \right)$$

De lenguaje natural a lenguaje formal (3)

De lenguaje natural a lenguaje formal (3)

8. Sherlock sabe que Hemish no sabe que el pescado estaba podrido.

9. James sabe que el pescado estaba podrido y que él puso cianuro en el pescado.

10. Nadie sabe que el doctor no comió el pescado.

De lenguaje natural a lenguaje formal (3)

8. Sherlock sabe que Hemish no sabe que el pescado estaba podrido.

$$\Box_S \neg \Box_H r$$

9. James sabe que el pescado estaba podrido y que él puso cianuro en el pescado.

10. Nadie sabe que el doctor no comió el pescado.

De lenguaje natural a lenguaje formal (3)

8. Sherlock sabe que Hemish no sabe que el pescado estaba podrido.

$$\Box_S \neg \Box_H r$$

9. James sabe que el pescado estaba podrido y que él puso cianuro en el pescado.

$$\Box_J (r \land c)$$

10. Nadie sabe que el doctor no comió el pescado.

De lenguaje natural a lenguaje formal (3)

8. Sherlock sabe que Hemish no sabe que el pescado estaba podrido.

$$\Box_S \neg \Box_H r$$

9. James sabe que el pescado estaba podrido y que él puso cianuro en el pescado.

$$\Box_J (r \wedge c)$$

10. Nadie sabe que el doctor no comió el pescado.

$$\neg \Box_S \neg a \ \wedge \ \neg \Box_H \neg a \ \wedge \ \neg \Box_J \neg a$$

De lenguaje formal a lenguaje natural (1)

De lenguaje formal a lenguaje natural (1)

$\Box_S \neg \Box_J a$

$\Box_H \Big((a \wedge (c \vee r)) \rightarrow d \Big)$

$\Box_J \, (c \wedge \neg \Box_S c \wedge \neg \Box_S \neg c)$

$\neg \big(\Box_S r \wedge \Box_H r \wedge \Box_J r \big)$

$\Box_J \Diamond_H (r \wedge a)$

De lenguaje formal a lenguaje natural (1)

$\Box_S \neg \Box_J\, a$ — Sherlock sabe que James no sabe que el doctor comió el pescado.

$\Box_H \Big(\big(a \wedge (c \vee r)\big) \rightarrow d \Big)$

$\Box_J\, (c \wedge \neg \Box_S\, c \wedge \neg \Box_S\, \neg c)$

$\neg \big(\Box_S\, r \wedge \Box_H\, r \wedge \Box_J\, r\big)$

$\Box_J \Diamond_H\, (r \wedge a)$

De lenguaje formal a lenguaje natural (1)

$\Box_S \neg \Box_J\, a$

Sherlock sabe que James no sabe que el doctor comió el pescado.

$\Box_H \left((a \wedge (c \vee r)) \rightarrow d \right)$

Hemish sabe que si el doctor comió el pescado y este estaba podrido o con cianuro, entonces el doctor murió envenenado.

$\Box_J\, (c \wedge \neg \Box_S\, c \wedge \neg \Box_S \neg c)$

$\neg (\Box_S\, r \wedge \Box_H\, r \wedge \Box_J\, r)$

$\Box_J \Diamond_H\, (r \wedge a)$

De lenguaje formal a lenguaje natural (1)

$\Box_S \neg \Box_J \, a$	Sherlock sabe que James no sabe que el doctor comió el pescado.
$\Box_H \left((a \wedge (c \vee r)) \rightarrow d \right)$	Hemish sabe que si el doctor comió el pescado y este estaba podrido o con cianuro, entonces el doctor murió envenenado.
$\Box_J \, (c \wedge \neg \Box_S \, c \wedge \neg \Box_S \neg c)$	James sabe que él puso cianuro en el pescado, y que Sherlock no sabe si esto paso o no.
$\neg \left(\Box_S \, r \wedge \Box_H \, r \wedge \Box_J \, r \right)$	
$\Box_J \, \Diamond_H \, (r \wedge a)$	

De lenguaje formal a lenguaje natural (1)

$\Box_S \neg \Box_J a$	Sherlock sabe que James no sabe que el doctor comió el pescado.
$\Box_H \big((a \land (c \lor r)) \rightarrow d \big)$	Hemish sabe que si el doctor comió el pescado y este estaba podrido o con cianuro, entonces el doctor murió envenenado.
$\Box_J (c \land \neg \Box_S c \land \neg \Box_S \neg c)$	James sabe que él puso cianuro en el pescado, y que Sherlock no sabe si esto paso o no.
$\neg(\Box_S r \land \Box_H r \land \Box_J r)$	No todos saben que el pescado estaba podrido.
$\Box_J \Diamond_H (r \land a)$	

De lenguaje formal a lenguaje natural (1)

$\Box_S \neg \Box_J a$	Sherlock sabe que James no sabe que el doctor comió el pescado.
$\Box_H \big((a \land (c \lor r)) \to d\big)$	Hemish sabe que si el doctor comió el pescado y este estaba podrido o con cianuro, entonces el doctor murió envenenado.
$\Box_J (c \land \neg \Box_S c \land \neg \Box_S \neg c)$	James sabe que él puso cianuro en el pescado, y que Sherlock no sabe si esto paso o no.
$\neg(\Box_S r \land \Box_H r \land \Box_J r)$	No todos saben que el pescado estaba podrido.
$\Box_J \Diamond_H (r \land a)$	James sabe que Hemish considera posible que el doctor comió el pescado podrido.

De lenguaje formal a lenguaje natural (2)

De lenguaje formal a lenguaje natural (2)

$$\neg\Box_S \Box_H c \;\land\; \Diamond_S \Box_H c$$

$$d \longrightarrow (\Diamond_S c \land \Diamond_H c)$$

$$\Box_J \Big(d \longrightarrow (\Diamond_S c \;\land\; \neg\Diamond_S r)\Big)$$

De lenguaje formal a lenguaje natural (2)

$\neg\Box_S \Box_H c \ \wedge \ \Diamond_S \Box_H c$

Sherlock no sabe que Hemish sabe que James puso cianuro en el pescado, pero sí considera posible que James lo sabe.

$d \rightarrow (\Diamond_S c \wedge \Diamond_H c)$

$\Box_J \big(d \rightarrow (\Diamond_S c \ \wedge \ \neg\Diamond_S r)\big)$

De lenguaje formal a lenguaje natural (2)

$\neg\Box_{S}\,\Box_{H}\,\boldsymbol{c}\ \wedge\ \Diamond_{S}\,\Box_{H}\,\boldsymbol{c}$

Sherlock no sabe que Hemish sabe que James puso cianuro en el pescado, pero sí considera posible que James lo sabe.

$\boldsymbol{d} \longrightarrow (\Diamond_{S}\,\boldsymbol{c} \wedge \Diamond_{H}\,\boldsymbol{c})$

Si el doctor murio envenenado, entonces Sherlock y Hemish consideran posible que James puso cianuro en el pescado.

$\Box_{J}\left(\boldsymbol{d} \longrightarrow (\Diamond_{S}\,\boldsymbol{c}\ \wedge\ \neg\Diamond_{S}\,\boldsymbol{r})\right)$

De lenguaje formal a lenguaje natural (2)

$\neg\Box_S \Box_H c \ \wedge \ \Diamond_S \Box_H c$

Sherlock no sabe que Hemish sabe que James puso cianuro en el pescado, pero sí considera posible que James lo sabe.

$d \rightarrow (\Diamond_S c \wedge \Diamond_H c)$

Si el doctor murio envenenado, entonces Sherlock y Hemish consideran posible que James puso cianuro en el pescado.

$\Box_J \Big(d \rightarrow (\Diamond_S c \ \wedge \ \neg\Diamond_S r)\Big)$

James sabe que si el doctor murió envenenado, entonces Sherlock considera posible que él (James) puso cianuro en el pescado, pero no considera posible que el pescado estaba podrido.

De lenguaje formal a lenguaje natural (3)

De lenguaje formal a lenguaje natural (3)

$$\Box_J\ (r \rightarrow (d \wedge \Box_H\ d)) \wedge \neg\Diamond_S\ \neg c$$

$$\Box_H\ (\Box_S\ d \rightarrow d) \wedge \Box_H\ (\Box_H\ d \rightarrow \Diamond_S\ \neg d)$$

De lenguaje formal a lenguaje natural (3)

$$\Box_J \, (r \rightarrow (d \wedge \Box_H \, d)) \wedge \neg \Diamond_S \, \neg c$$

James sabe que si el pescado estaba podrido, entonces el doctor murió envenenado y Hemish lo sabe, pero Sherlock no considera posible que James no puso cianuro en el pescado.

$$\Box_H \, (\Box_S \, d \rightarrow d) \wedge \Box_H \, (\Box_H \, d \rightarrow \Diamond_S \, \neg d)$$

De lenguaje formal a lenguaje natural (3)

$$\Box_J \left(r \rightarrow (d \wedge \Box_H d)\right) \wedge \neg\Diamond_S \neg c$$

James sabe que si el pescado estaba podrido, entonces el doctor murió envenenado y Hemish lo sabe, pero Sherlock no considera posible que James no puso cianuro en el pescado.

$$\Box_H \left(\Box_S d \rightarrow d\right) \wedge \Box_H \left(\Box_H d \rightarrow \Diamond_S \neg d\right)$$

Hemish sabe que si Sherlock sabe que el doctor murió envenenado, entonces ciertamente el doctor murió envenenado, pero él (Hemish) también sabe que si él mismo sabe que el doctor murió envenenado, entonces Sherlock considera posible que el doctor no murió envenenado.

Los modelos

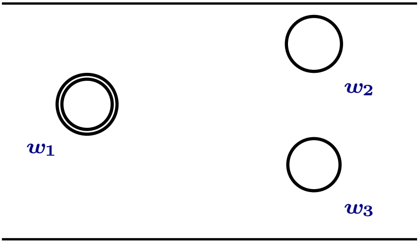
Los modelos en los cuales evaluamos fórmulas epistémicas, **estructuras relacionales**, tienen tres componentes:

$$M = \langle \quad , \quad , \quad \rangle$$

Los modelos

Los modelos en los cuales evaluamos fórmulas epistémicas, **estructuras relacionales**, tienen tres componentes:

- un conjunto no vacío $\boldsymbol{W}$ de **situaciones**, **mundos** o **posibilidades** (distinguiendo uno de ellos),

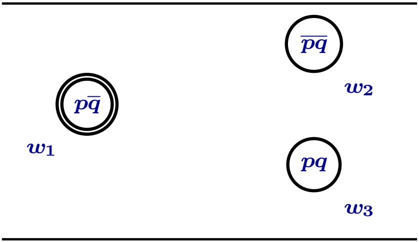


$$M = \langle W, \quad , \quad \rangle$$

Los modelos

Los modelos en los cuales evaluamos fórmulas epistémicas, **estructuras relacionales**, tienen tres componentes:

- un conjunto no vacío $\boldsymbol{W}$ de **situaciones**, **mundos** o **posibilidades** (distinguiendo uno de ellos),
- una **valuación** $\boldsymbol{V}$, indicando cuales enunciados básicos son verdaderos en cada posibilidad $\boldsymbol{w} \in \boldsymbol{W}$, y

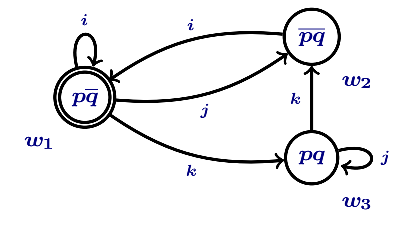


$$\boldsymbol{M} = \langle \boldsymbol{W}, \quad , \boldsymbol{V} \rangle$$

Los modelos

Los modelos en los cuales evaluamos fórmulas epistémicas, **estructuras relacionales**, tienen tres componentes:

- un conjunto no vacío $\boldsymbol{W}$ de **situaciones**, **mundos** o **posibilidades** (distinguiendo uno de ellos),
- una **valuación** $\boldsymbol{V}$, indicando cuales enunciados básicos son verdaderos en cada posibilidad $\boldsymbol{w} \in \boldsymbol{W}$, y
- una **relación de accesibilidad** $\boldsymbol{R_i}$ para cada agente $\boldsymbol{i}$.



$$\boldsymbol{M} = \langle \boldsymbol{W}, \boldsymbol{R_i}, \boldsymbol{V} \rangle$$

Propiedades de la relación

Cada **relación de accesibilidad** $\boldsymbol{R}$ puede tener propiedades especiales.

Propiedades de la relación

Cada **relación de accesibilidad R** puede tener propiedades especiales.

- **Reflexividad.** Para toda posibilidad w, w, Rww.

Propiedades de la relación

Cada **relación de accesibilidad** $\boldsymbol{R}$ puede tener propiedades especiales.

- **Reflexividad.** Para toda posibilidad $\boldsymbol{w}$, $\boldsymbol{w}$, $\boldsymbol{Rww}$.
- **Simetría.** Para toda posibilidad $\boldsymbol{w}$ y $\boldsymbol{v}$, si $\boldsymbol{Rwv}$ entonces $\boldsymbol{Rvw}$.

Propiedades de la relación

Cada **relación de accesibilidad** $\boldsymbol{R}$ puede tener propiedades especiales.

- **Reflexividad.** Para toda posibilidad $\boldsymbol{w}$, $\boldsymbol{w}$, $\boldsymbol{Rww}$.
- **Simetría.** Para toda posibilidad $\boldsymbol{w}$ y $\boldsymbol{v}$, si $\boldsymbol{Rwv}$ entonces $\boldsymbol{Rvw}$.
- **Transitividad.** Para toda posibilidad $\boldsymbol{w}$, $\boldsymbol{v}$ y $\boldsymbol{u}$, si $\boldsymbol{Rwv}$ y $\boldsymbol{Rvu}$, entonces $\boldsymbol{Rwu}$.

Propiedades de la relación

Cada **relación de accesibilidad** $\boldsymbol{R}$ puede tener propiedades especiales.

- **Reflexividad.** Para toda posibilidad w, w, Rww.
- **Simetría.** Para toda posibilidad w y v, si Rwv entonces Rvw.
- **Transitividad.** Para toda posibilidad w, v y u, si Rwv y Rvu, entonces Rwu.
- **Equivalencia.** Si es reflexiva, transitiva y simétrica.
- **Euclideanidad.** Para toda posibilidad w, v y u, si Rwv y Rwu, entonces Rvu.

Evaluando fórmulas

Sea $\boldsymbol{M} = \langle \boldsymbol{W}, \boldsymbol{R_i}, \boldsymbol{V} \rangle$ una estructura relacional, y sea $\boldsymbol{w}$ una posibilidad en $\boldsymbol{W}$:

Evaluando fórmulas

Sea $\boldsymbol{M} = \langle \boldsymbol{W}, \boldsymbol{R_i}, \boldsymbol{V} \rangle$ una estructura relacional, y sea $\boldsymbol{w}$ una posibilidad en $\boldsymbol{W}$:

$(\boldsymbol{M}, \boldsymbol{w}) \models \boldsymbol{p}$ si y solo si $\boldsymbol{p}$ es *verdadera* en $\boldsymbol{w}$

Evaluando fórmulas

Sea $M = \langle W, R_i, V \rangle$ una estructura relacional, y sea w una posibilidad en W:

$(M, w) \models p$	si y solo si	p es *verdadera* en w
$(M, w) \models \neg\varphi$	si y solo si	no es el caso que $(M, w) \models \varphi$

Evaluando fórmulas

Sea $\boldsymbol{M} = \langle \boldsymbol{W}, \boldsymbol{R_i}, \boldsymbol{V} \rangle$ una estructura relacional, y sea $\boldsymbol{w}$ una posibilidad en $\boldsymbol{W}$:

$(\boldsymbol{M}, \boldsymbol{w}) \models \boldsymbol{p}$	si y solo si	$\boldsymbol{p}$ es *verdadera* en $\boldsymbol{w}$
$(\boldsymbol{M}, \boldsymbol{w}) \models \neg\varphi$	si y solo si	no es el caso que $(\boldsymbol{M}, \boldsymbol{w}) \models \varphi$
$(\boldsymbol{M}, \boldsymbol{w}) \models \varphi \vee \psi$	si y solo si	$(\boldsymbol{M}, \boldsymbol{w}) \models \varphi$ o $(\boldsymbol{M}, \boldsymbol{w}) \models \psi$

Evaluando fórmulas

Sea $M = \langle W, R_i, V \rangle$ una estructura relacional, y sea w una posibilidad en W:

$(M, w) \models p$	si y solo si	p es *verdadera* en w
$(M, w) \models \neg\varphi$	si y solo si	no es el caso que $(M, w) \models \varphi$
$(M, w) \models \varphi \vee \psi$	si y solo si	$(M, w) \models \varphi$ o $(M, w) \models \psi$
...	si y solo si	...

Evaluando fórmulas

Sea $M = \langle W, R_i, V \rangle$ una estructura relacional, y sea w una posibilidad en W:

$(M, w) \models p$	si y solo si	p es *verdadera* en w
$(M, w) \models \neg\varphi$	si y solo si	no es el caso que $(M, w) \models \varphi$
$(M, w) \models \varphi \vee \psi$	si y solo si	$(M, w) \models \varphi$ o $(M, w) \models \psi$
...	si y solo si	...
$(M, w) \models \Box_i \varphi$	si y solo si	para todo $u \in W$, si $R_i wu$ entonces $(M, u) \models \varphi$

Evaluando fórmulas

Sea $\boldsymbol{M} = \langle \boldsymbol{W}, \boldsymbol{R_i}, \boldsymbol{V} \rangle$ una estructura relacional, y sea $\boldsymbol{w}$ una posibilidad en $\boldsymbol{W}$:

$(\boldsymbol{M}, \boldsymbol{w}) \models \boldsymbol{p}$	si y solo si	$\boldsymbol{p}$ es *verdadera* en $\boldsymbol{w}$
$(\boldsymbol{M}, \boldsymbol{w}) \models \neg\varphi$	si y solo si	no es el caso que $(\boldsymbol{M}, \boldsymbol{w}) \models \varphi$
$(\boldsymbol{M}, \boldsymbol{w}) \models \varphi \vee \psi$	si y solo si	$(\boldsymbol{M}, \boldsymbol{w}) \models \varphi$ o $(\boldsymbol{M}, \boldsymbol{w}) \models \psi$
...	si y solo si	...
$(\boldsymbol{M}, \boldsymbol{w}) \models \Box_i\, \varphi$	si y solo si	para todo $\boldsymbol{u} \in \boldsymbol{W}$, si $\boldsymbol{R_i w u}$ entonces $(\boldsymbol{M}, \boldsymbol{u}) \models \varphi$

¿Y $\Diamond_i\, \varphi$?

Evaluando fórmulas

Sea $M = \langle W, R_i, V \rangle$ una estructura relacional, y sea w una posibilidad en W:

$(M, w) \models p$	si y solo si	p es *verdadera* en w
$(M, w) \models \neg\varphi$	si y solo si	no es el caso que $(M, w) \models \varphi$
$(M, w) \models \varphi \vee \psi$	si y solo si	$(M, w) \models \varphi$ o $(M, w) \models \psi$
...	si y solo si	...
$(M, w) \models \Box_i \varphi$	si y solo si	para todo $u \in W$, si $R_i wu$ entonces $(M, u) \models \varphi$

¿Y $\Diamond_i \varphi$? Recuerdesé que $\Diamond_i \varphi$ es una abreviatura de $\neg\Box_i \neg\varphi$.

Evaluando fórmulas

Sea $M = \langle W, R_i, V\rangle$ una estructura relacional, y sea w una posibilidad en W:

$(M, w) \models p$	si y solo si	p es *verdadera* en w
$(M, w) \models \neg\varphi$	si y solo si	no es el caso que $(M, w) \models \varphi$
$(M, w) \models \varphi \vee \psi$	si y solo si	$(M, w) \models \varphi$ o $(M, w) \models \psi$
$\ldots$	si y solo si	$\ldots$
$(M, w) \models \Box_i\,\varphi$	si y solo si	para todo $u \in W$, si $R_i wu$ entonces $(M, u) \models \varphi$

¿Y $\Diamond_i\,\varphi$? Recuerdesé que $\Diamond_i\,\varphi$ es una abreviatura de $\neg\Box_i\,\neg\varphi$.

$$(M, w) \models \Diamond_i\,\varphi \quad \text{ssi} \quad (M, w) \models \neg\Box_i\,\neg\varphi$$

Evaluando fórmulas

Sea $M = \langle W, R_i, V \rangle$ una estructura relacional, y sea w una posibilidad en W:

$(M, w) \models p$	si y solo si	p es *verdadera* en w
$(M, w) \models \neg\varphi$	si y solo si	no es el caso que $(M, w) \models \varphi$
$(M, w) \models \varphi \vee \psi$	si y solo si	$(M, w) \models \varphi$ o $(M, w) \models \psi$
...	si y solo si	...
$(M, w) \models \Box_i \varphi$	si y solo si	para todo $u \in W$, si $R_i wu$ entonces $(M, u) \models \varphi$

¿Y $\Diamond_i \varphi$? Recuerdesé que $\Diamond_i \varphi$ es una abreviatura de $\neg\Box_i \neg\varphi$.

$$\begin{aligned} (M, w) \models \Diamond_i \varphi \quad & \text{ssi} \quad (M, w) \models \neg\Box_i \neg\varphi \\ & \text{ssi} \quad \text{no} \left((M, w) \models \Box_i \neg\varphi \right) \end{aligned}$$

Evaluando fórmulas

Sea $M = \langle W, R_i, V \rangle$ una estructura relacional, y sea w una posibilidad en W:

$(M, w) \models p$	si y solo si	p es *verdadera* en w
$(M, w) \models \neg\varphi$	si y solo si	no es el caso que $(M, w) \models \varphi$
$(M, w) \models \varphi \vee \psi$	si y solo si	$(M, w) \models \varphi$ o $(M, w) \models \psi$
...	si y solo si	...
$(M, w) \models \Box_i\, \varphi$	si y solo si	para todo $u \in W$, si $R_i wu$ entonces $(M, u) \models \varphi$

¿Y $\Diamond_i\, \varphi$? Recuerdesé que $\Diamond_i\, \varphi$ es una abreviatura de $\neg\Box_i\, \neg\varphi$.

$$
\begin{array}{lll}
(M, w) \models \Diamond_i\, \varphi & \text{ssi} & (M, w) \models \neg\Box_i\, \neg\varphi \\
& \text{ssi} & \text{no} \left((M, w) \models \Box_i\, \neg\varphi \right) \\
& \text{ssi} & \text{no} \left(\text{para todo } u \in W, \text{ si } R_i wu \text{ entonces } (M, u) \models \neg\varphi \right)
\end{array}
$$

Evaluando fórmulas

Sea $M = \langle W, R_i, V \rangle$ una estructura relacional, y sea w una posibilidad en W:

$(M, w) \models p$	si y solo si	p es *verdadera* en w
$(M, w) \models \neg\varphi$	si y solo si	no es el caso que $(M, w) \models \varphi$
$(M, w) \models \varphi \vee \psi$	si y solo si	$(M, w) \models \varphi$ o $(M, w) \models \psi$
...	si y solo si	...
$(M, w) \models \Box_i \varphi$	si y solo si	para todo $u \in W$, si $R_i wu$ entonces $(M, u) \models \varphi$

¿Y $\Diamond_i \varphi$? Recuerdesé que $\Diamond_i \varphi$ es una abreviatura de $\neg\Box_i \neg\varphi$.

$$
\begin{array}{lll}
(M, w) \models \Diamond_i \varphi & \text{ssi} & (M, w) \models \neg\Box_i \neg\varphi \\
& \text{ssi} & \text{no} \Big((M, w) \models \Box_i \neg\varphi \Big) \\
& \text{ssi} & \text{no} \Big(\text{para todo } u \in W, \text{ si } R_i wu \text{ entonces } (M, u) \models \neg\varphi \Big) \\
& \text{ssi} & \text{existe un } u \in W \text{ tal que } R_i wu \text{ y no } (M, u) \models \neg\varphi
\end{array}
$$

Evaluando fórmulas

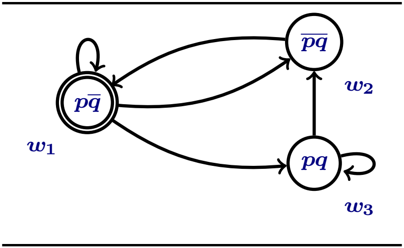
Sea $M = \langle W, R_i, V \rangle$ una estructura relacional, y sea w una posibilidad en W:

$(M, w) \models p$	si y solo si	p es *verdadera* en w
$(M, w) \models \neg\varphi$	si y solo si	no es el caso que $(M, w) \models \varphi$
$(M, w) \models \varphi \vee \psi$	si y solo si	$(M, w) \models \varphi$ o $(M, w) \models \psi$
...	si y solo si	...
$(M, w) \models \Box_i\, \varphi$	si y solo si	para todo $u \in W$, si $R_i wu$ entonces $(M, u) \models \varphi$

¿Y $\Diamond_i\, \varphi$? Recuerdesé que $\Diamond_i\, \varphi$ es una abreviatura de $\neg\Box_i\, \neg\varphi$.

$$
\begin{array}{lll}
(M, w) \models \Diamond_i\, \varphi & \text{ssi} & (M, w) \models \neg\Box_i\, \neg\varphi \\
& \text{ssi} & \text{no} \left((M, w) \models \Box_i\, \neg\varphi \right) \\
& \text{ssi} & \text{no} \left(\text{para todo } u \in W, \text{ si } R_i wu \text{ entonces } (M, u) \models \neg\varphi \right) \\
& \text{ssi} & \text{existe un } u \in W \text{ tal que } R_i wu \text{ y no } (M, u) \models \neg\varphi \\
& \text{ssi} & \text{existe un } u \in W \text{ tal que } R_i wu \text{ y } (M, u) \models \varphi
\end{array}
$$

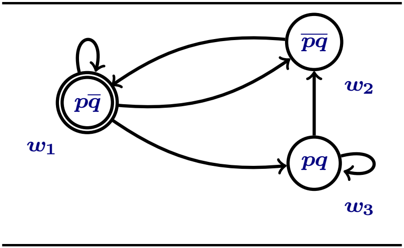
Para practicar (1)



M

$(M, w_1) \models \Diamond \neg p$?	$(M, w_2) \models \Diamond \neg p$?	$(M, w_3) \models \Diamond \neg p$?
$(M, w_1) \models \Box (p \leftrightarrow q)$?	$(M, w_2) \models \Box (p \leftrightarrow q)$?	$(M, w_3) \models \Box (p \leftrightarrow q)$?
$(M, w_1) \models p \vee \Box p$?	$(M, w_2) \models p \vee \Box p$?	$(M, w_3) \models p \vee \Box p$?

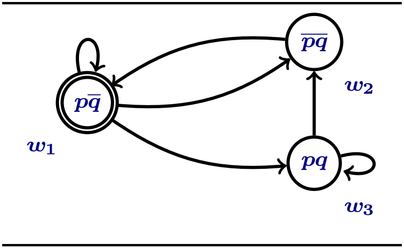
Para practicar (1)



M

$(M, w_1) \models \Diamond \neg p$ ✓	$(M, w_2) \models \Diamond \neg p$?	$(M, w_3) \models \Diamond \neg p$?
$(M, w_1) \models \Box (p \leftrightarrow q)$?	$(M, w_2) \models \Box (p \leftrightarrow q)$?	$(M, w_3) \models \Box (p \leftrightarrow q)$?
$(M, w_1) \models p \vee \Box p$?	$(M, w_2) \models p \vee \Box p$?	$(M, w_3) \models p \vee \Box p$?

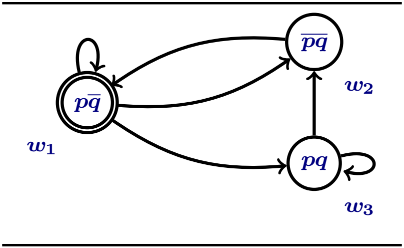
Para practicar (1)



M

$(M, w_1) \models \Diamond \neg p$	✓	$(M, w_2) \models \Diamond \neg p$	?	$(M, w_3) \models \Diamond \neg p$	?
$(M, w_1) \models \Box (p \leftrightarrow q)$	✗	$(M, w_2) \models \Box (p \leftrightarrow q)$	?	$(M, w_3) \models \Box (p \leftrightarrow q)$	?
$(M, w_1) \models p \vee \Box p$	?	$(M, w_2) \models p \vee \Box p$	?	$(M, w_3) \models p \vee \Box p$	?

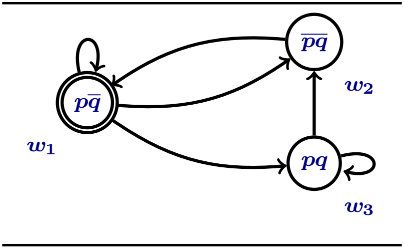
Para practicar (1)



M

$(M, w_1) \models \Diamond \neg p$ ✓	$(M, w_2) \models \Diamond \neg p$?	$(M, w_3) \models \Diamond \neg p$?
$(M, w_1) \models \Box (p \leftrightarrow q)$ ✗	$(M, w_2) \models \Box (p \leftrightarrow q)$?	$(M, w_3) \models \Box (p \leftrightarrow q)$?
$(M, w_1) \models p \vee \Box p$ ✓	$(M, w_2) \models p \vee \Box p$?	$(M, w_3) \models p \vee \Box p$?

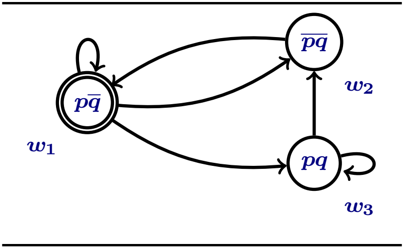
Para practicar (1)



M

$(M, w_1) \models \Diamond \neg p$ ✓	$(M, w_2) \models \Diamond \neg p$ ✗	$(M, w_3) \models \Diamond \neg p$?
$(M, w_1) \models \Box (p \leftrightarrow q)$ ✗	$(M, w_2) \models \Box (p \leftrightarrow q)$?	$(M, w_3) \models \Box (p \leftrightarrow q)$?
$(M, w_1) \models p \vee \Box p$ ✓	$(M, w_2) \models p \vee \Box p$?	$(M, w_3) \models p \vee \Box p$?

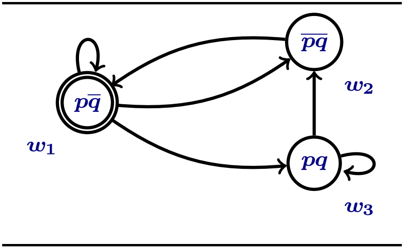
Para practicar (1)



M

$(M, w_1) \models \Diamond \neg p$ ✓	$(M, w_2) \models \Diamond \neg p$ ✗	$(M, w_3) \models \Diamond \neg p$?
$(M, w_1) \models \Box (p \leftrightarrow q)$ ✗	$(M, w_2) \models \Box (p \leftrightarrow q)$ ✗	$(M, w_3) \models \Box (p \leftrightarrow q)$?
$(M, w_1) \models p \vee \Box p$ ✓	$(M, w_2) \models p \vee \Box p$?	$(M, w_3) \models p \vee \Box p$?

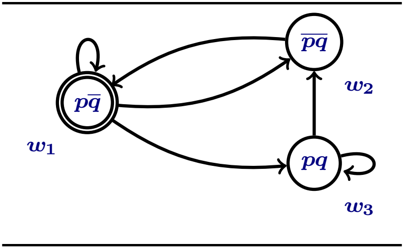
Para practicar (1)



M

$(M, w_1) \models \Diamond \neg p$	✓	$(M, w_2) \models \Diamond \neg p$	✗	$(M, w_3) \models \Diamond \neg p$	?
$(M, w_1) \models \Box (p \leftrightarrow q)$	✗	$(M, w_2) \models \Box (p \leftrightarrow q)$	✗	$(M, w_3) \models \Box (p \leftrightarrow q)$	?
$(M, w_1) \models p \vee \Box p$	✓	$(M, w_2) \models p \vee \Box p$	✓	$(M, w_3) \models p \vee \Box p$	?

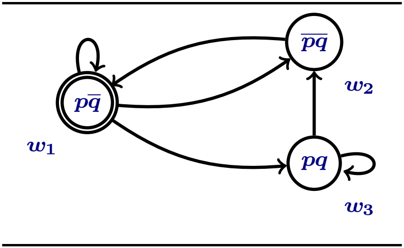
Para practicar (1)



M

$(M, w_1) \models \Diamond \neg p$ ✓	$(M, w_2) \models \Diamond \neg p$ ✗	$(M, w_3) \models \Diamond \neg p$ ✓
$(M, w_1) \models \Box (p \leftrightarrow q)$ ✗	$(M, w_2) \models \Box (p \leftrightarrow q)$ ✗	$(M, w_3) \models \Box (p \leftrightarrow q)$?
$(M, w_1) \models p \lor \Box p$ ✓	$(M, w_2) \models p \lor \Box p$ ✓	$(M, w_3) \models p \lor \Box p$?

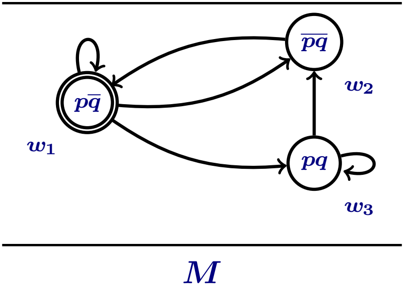
Para practicar (1)



M

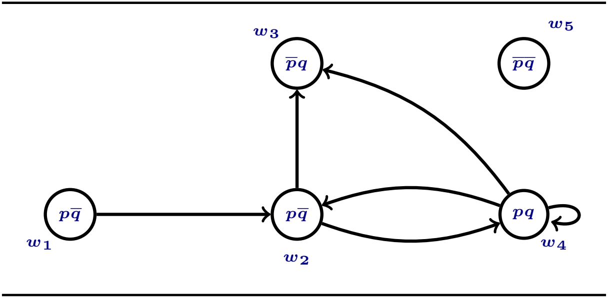
$(M, w_1) \models \Diamond \neg p$	✓	$(M, w_2) \models \Diamond \neg p$	✗	$(M, w_3) \models \Diamond \neg p$	✓
$(M, w_1) \models \Box (p \leftrightarrow q)$	✗	$(M, w_2) \models \Box (p \leftrightarrow q)$	✗	$(M, w_3) \models \Box (p \leftrightarrow q)$	✓
$(M, w_1) \models p \vee \Box p$	✓	$(M, w_2) \models p \vee \Box p$	✓	$(M, w_3) \models p \vee \Box p$	?

Para practicar (1)



$(M, w_1) \models \Diamond \neg p$ ✓	$(M, w_2) \models \Diamond \neg p$ ✗	$(M, w_3) \models \Diamond \neg p$ ✓
$(M, w_1) \models \Box (p \leftrightarrow q)$ ✗	$(M, w_2) \models \Box (p \leftrightarrow q)$ ✗	$(M, w_3) \models \Box (p \leftrightarrow q)$ ✓
$(M, w_1) \models p \vee \Box p$ ✓	$(M, w_2) \models p \vee \Box p$ ✓	$(M, w_3) \models p \vee \Box p$ ✓

Para practicar (2)

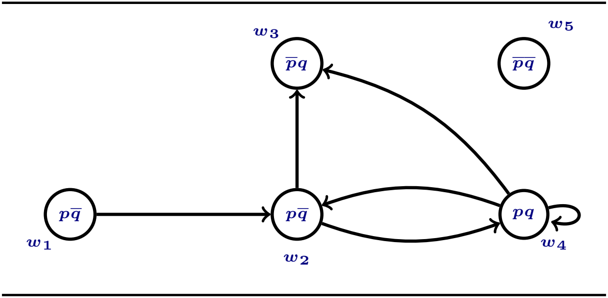


M

Indíquese en que mundos son verdaderas las siguientes fórmulas.

- $\Diamond q$
- $\Box p \rightarrow p$
- $q \rightarrow \Box \Diamond q$
- $\Diamond (p \rightarrow q)$
- $\Box p$
- $\Diamond \Diamond p \rightarrow \Diamond p$
- $\Diamond \Box p \rightarrow \Box \Diamond p$
- $\Diamond (\neg p \wedge \neg q)$

Para practicar (2)

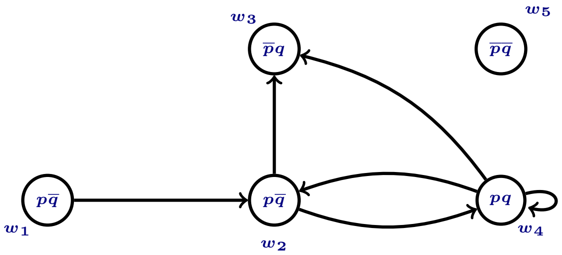


M

Indíquese en que mundos son verdaderas las siguientes fórmulas.

$\Diamond q$	$\{w_2, w_4\}$	$\Box p$
$\Box p \rightarrow p$		$\Diamond \Diamond p \rightarrow \Diamond p$
$q \rightarrow \Box \Diamond q$		$\Diamond \Box p \rightarrow \Box \Diamond p$
$\Diamond (p \rightarrow q)$		$\Diamond (\neg p \wedge \neg q)$

Para practicar (2)

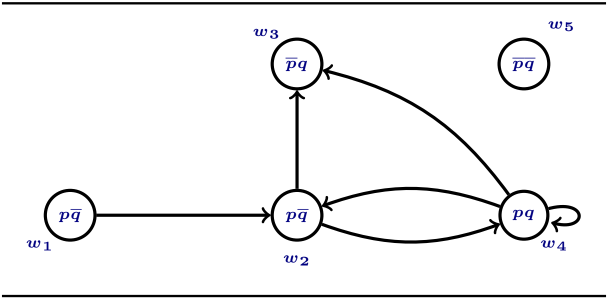


M

Indíquese en que mundos son verdaderas las siguientes fórmulas.

$\Diamond\, q$	$\{w_2, w_4\}$	$\Box\, p$	$\{w_1, w_3, w_5\}$
$\Box\, p \rightarrow p$		$\Diamond\Diamond\, p \rightarrow \Diamond\, p$	
$q \rightarrow \Box\Diamond\, q$		$\Diamond\Box\, p \rightarrow \Box\Diamond\, p$	
$\Diamond\,(p \rightarrow q)$		$\Diamond\,(\neg p \wedge \neg q)$	

Para practicar (2)

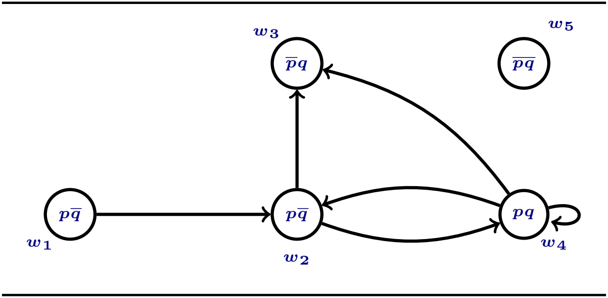


M

Indíquese en que mundos son verdaderas las siguientes fórmulas.

$\Diamond q$	$\{w_2, w_4\}$	$\Box p$	$\{w_1, w_3, w_5\}$
$\Box p \rightarrow p$	$\{w_1, w_2, w_4\}$	$\Diamond \Diamond p \rightarrow \Diamond p$	
$q \rightarrow \Box \Diamond q$		$\Diamond \Box p \rightarrow \Box \Diamond p$	
$\Diamond (p \rightarrow q)$		$\Diamond (\neg p \wedge \neg q)$	

Para practicar (2)

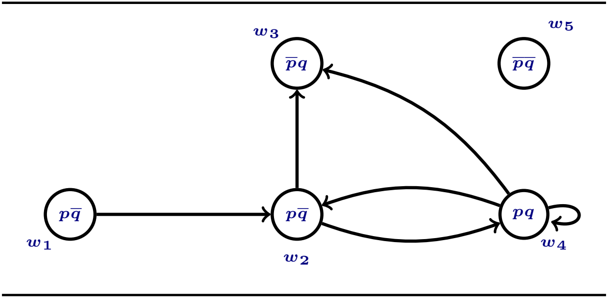


M

Indíquese en que mundos son verdaderas las siguientes fórmulas.

$\Diamond q$	$\{w_2, w_4\}$	$\Box p$	$\{w_1, w_3, w_5\}$
$\Box p \rightarrow p$	$\{w_1, w_2, w_4\}$	$\Diamond \Diamond p \rightarrow \Diamond p$	$\{w_1, w_2, w_3, w_4, w_5\}$
$q \rightarrow \Box \Diamond q$		$\Diamond \Box p \rightarrow \Box \Diamond p$	
$\Diamond (p \rightarrow q)$		$\Diamond (\neg p \wedge \neg q)$	

Para practicar (2)

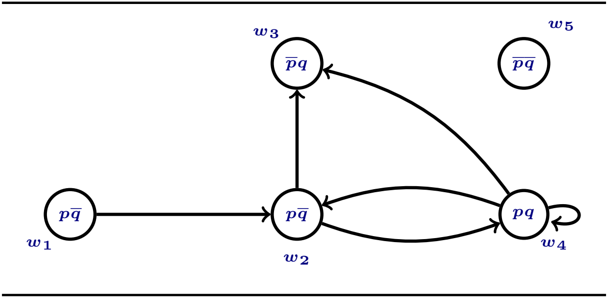


M

Indíquese en que mundos son verdaderas las siguientes fórmulas.

$\Diamond q$	$\{w_2, w_4\}$	$\Box p$	$\{w_1, w_3, w_5\}$
$\Box p \to p$	$\{w_1, w_2, w_4\}$	$\Diamond \Diamond p \to \Diamond p$	$\{w_1, w_2, w_3, w_4, w_5\}$
$q \to \Box \Diamond q$	$\{w_1, w_2, w_3, w_5\}$	$\Diamond \Box p \to \Box \Diamond p$	
$\Diamond (p \to q)$		$\Diamond (\neg p \land \neg q)$	

Para practicar (2)

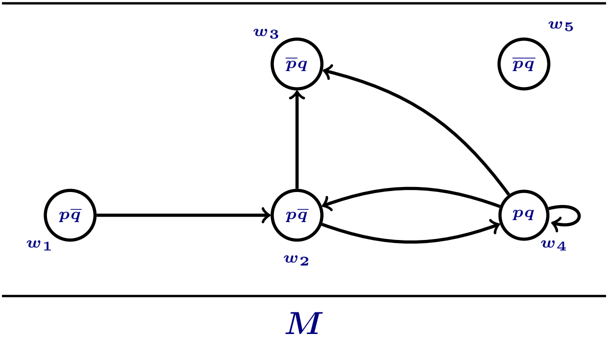


M

Indíquese en que mundos son verdaderas las siguientes fórmulas.

$\Diamond q$	$\{w_2, w_4\}$	$\Box p$	$\{w_1, w_3, w_5\}$
$\Box p \rightarrow p$	$\{w_1, w_2, w_4\}$	$\Diamond\Diamond p \rightarrow \Diamond p$	$\{w_1, w_2, w_3, w_4, w_5\}$
$q \rightarrow \Box\Diamond q$	$\{w_1, w_2, w_3, w_5\}$	$\Diamond\Box p \rightarrow \Box\Diamond p$	$\{w_1, w_3, w_5\}$
$\Diamond(p \rightarrow q)$		$\Diamond(\neg p \wedge \neg q)$	

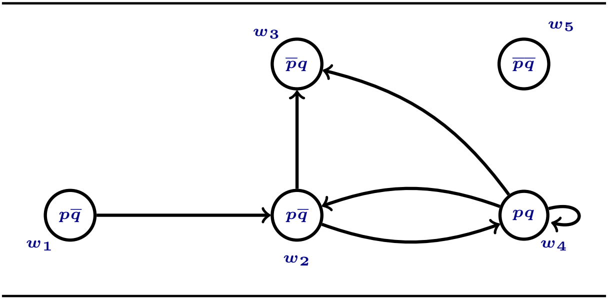
Para practicar (2)



Indíquese en que mundos son verdaderas las siguientes fórmulas.

$\Diamond q$	$\{w_2, w_4\}$	$\Box p$	$\{w_1, w_3, w_5\}$
$\Box p \rightarrow p$	$\{w_1, w_2, w_4\}$	$\Diamond \Diamond p \rightarrow \Diamond p$	$\{w_1, w_2, w_3, w_4, w_5\}$
$q \rightarrow \Box \Diamond q$	$\{w_1, w_2, w_3, w_5\}$	$\Diamond \Box p \rightarrow \Box \Diamond p$	$\{w_1, w_3, w_5\}$
$\Diamond (p \rightarrow q)$	$\{w_2, w_4\}$	$\Diamond (\neg p \wedge \neg q)$	

Para practicar (2)

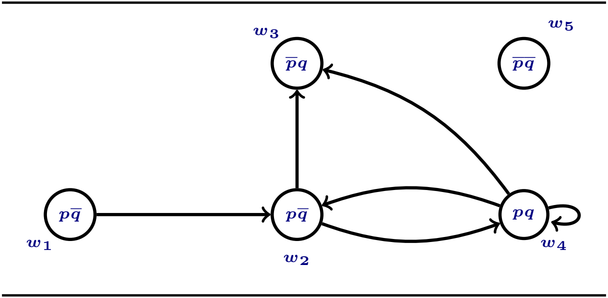


M

Indíquese en que mundos son verdaderas las siguientes fórmulas.

$\Diamond q$	$\{w_2, w_4\}$	$\Box p$	$\{w_1, w_3, w_5\}$
$\Box p \to p$	$\{w_1, w_2, w_4\}$	$\Diamond \Diamond p \to \Diamond p$	$\{w_1, w_2, w_3, w_4, w_5\}$
$q \to \Box \Diamond q$	$\{w_1, w_2, w_3, w_5\}$	$\Diamond \Box p \to \Box \Diamond p$	$\{w_1, w_3, w_5\}$
$\Diamond (p \to q)$	$\{w_2, w_4\}$	$\Diamond (\neg p \land \neg q)$	$\{\ \}$

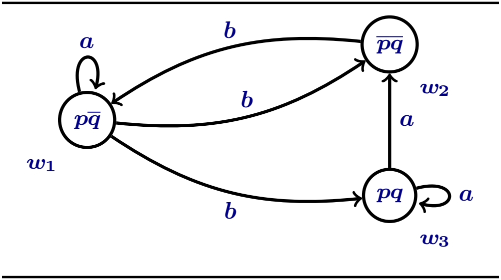
Para practicar (3)



M

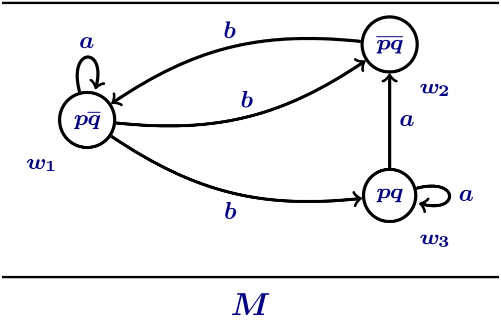
Proporcione, por cada mundo w, una fórmula que sea verdadera en w y falsa en los mundos restantes.

Relaciones múltiples



M

Relaciones múltiples

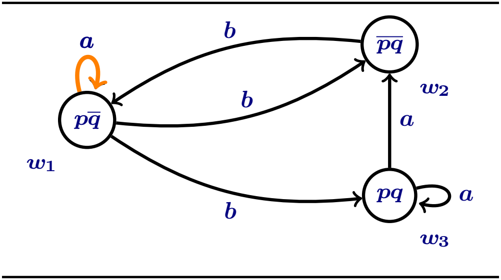


$(M, w_1) \models \Diamond_a \neg p$? $(M, w_2) \models \Diamond_a \neg p$? $(M, w_3) \models \Diamond_a \neg p$?

$(M, w_1) \models \Box_b (p \leftrightarrow q)$? $(M, w_2) \models \Box_b (p \leftrightarrow q)$? $(M, w_3) \models \Box_b (p \leftrightarrow q)$?

$(M, w_1) \models \Box_b p \vee \Diamond_a q$? $(M, w_2) \models \Box_b p \vee \Diamond_a q$? $(M, w_3) \models \Box_b p \vee \Diamond_a q$?

Relaciones múltiples



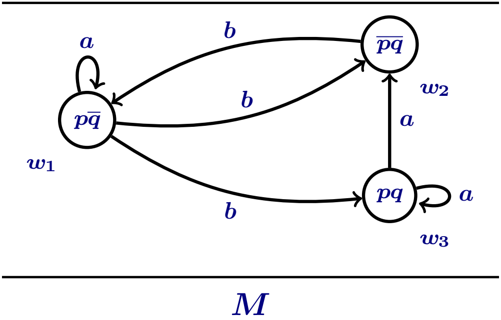
M

$(M, w_1) \models \Diamond_a \neg p$? $(M, w_2) \models \Diamond_a \neg p$? $(M, w_3) \models \Diamond_a \neg p$?

$(M, w_1) \models \Box_b (p \leftrightarrow q)$? $(M, w_2) \models \Box_b (p \leftrightarrow q)$? $(M, w_3) \models \Box_b (p \leftrightarrow q)$?

$(M, w_1) \models \Box_b p \vee \Diamond_a q$? $(M, w_2) \models \Box_b p \vee \Diamond_a q$? $(M, w_3) \models \Box_b p \vee \Diamond_a q$?

Relaciones múltiples

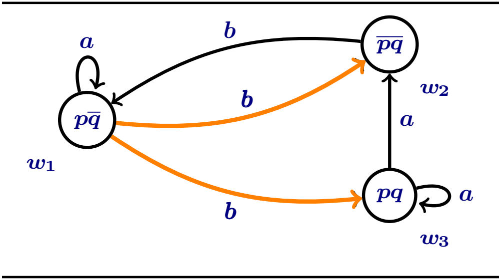


$(M, w_1) \models \Diamond_a \neg p$ ✗ $(M, w_2) \models \Diamond_a \neg p$? $(M, w_3) \models \Diamond_a \neg p$?

$(M, w_1) \models \Box_b (p \leftrightarrow q)$? $(M, w_2) \models \Box_b (p \leftrightarrow q)$? $(M, w_3) \models \Box_b (p \leftrightarrow q)$?

$(M, w_1) \models \Box_b p \vee \Diamond_a q$? $(M, w_2) \models \Box_b p \vee \Diamond_a q$? $(M, w_3) \models \Box_b p \vee \Diamond_a q$?

Relaciones múltiples



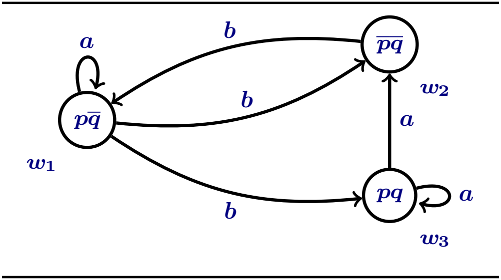
M

$(M, w_1) \models \Diamond_a \neg p$ ✗ $(M, w_2) \models \Diamond_a \neg p$? $(M, w_3) \models \Diamond_a \neg p$?

$(M, w_1) \models \Box_b (p \leftrightarrow q)$? $(M, w_2) \models \Box_b (p \leftrightarrow q)$? $(M, w_3) \models \Box_b (p \leftrightarrow q)$?

$(M, w_1) \models \Box_b\, p \vee \Diamond_a\, q$? $(M, w_2) \models \Box_b\, p \vee \Diamond_a\, q$? $(M, w_3) \models \Box_b\, p \vee \Diamond_a\, q$?

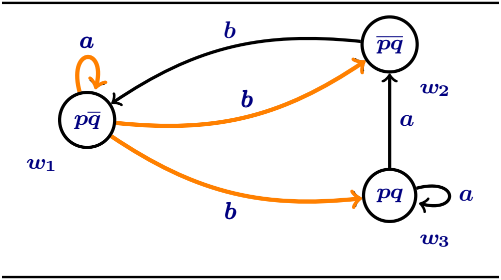
Relaciones múltiples



M

$(M, w_1) \models \Diamond_a \neg p$ ✗	$(M, w_2) \models \Diamond_a \neg p$?	$(M, w_3) \models \Diamond_a \neg p$?
$(M, w_1) \models \Box_b (p \leftrightarrow q)$ ✓	$(M, w_2) \models \Box_b (p \leftrightarrow q)$?	$(M, w_3) \models \Box_b (p \leftrightarrow q)$?
$(M, w_1) \models \Box_b p \vee \Diamond_a q$?	$(M, w_2) \models \Box_b p \vee \Diamond_a q$?	$(M, w_3) \models \Box_b p \vee \Diamond_a q$?

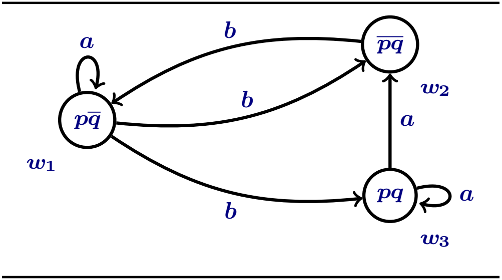
Relaciones múltiples



M

$(M, w_1) \models \Diamond_a \neg p$ ✗	$(M, w_2) \models \Diamond_a \neg p$?	$(M, w_3) \models \Diamond_a \neg p$?
$(M, w_1) \models \Box_b (p \leftrightarrow q)$ ✓	$(M, w_2) \models \Box_b (p \leftrightarrow q)$?	$(M, w_3) \models \Box_b (p \leftrightarrow q)$?
$(M, w_1) \models \Box_b p \vee \Diamond_a q$?	$(M, w_2) \models \Box_b p \vee \Diamond_a q$?	$(M, w_3) \models \Box_b p \vee \Diamond_a q$?

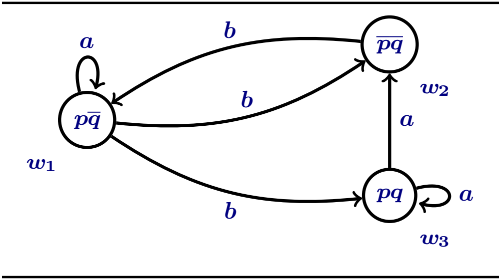
Relaciones múltiples



M

$(M, w_1) \models \Diamond_a \neg p$ ✗	$(M, w_2) \models \Diamond_a \neg p$?	$(M, w_3) \models \Diamond_a \neg p$?
$(M, w_1) \models \Box_b (p \leftrightarrow q)$ ✓	$(M, w_2) \models \Box_b (p \leftrightarrow q)$?	$(M, w_3) \models \Box_b (p \leftrightarrow q)$?
$(M, w_1) \models \Box_b p \vee \Diamond_a q$ ✗	$(M, w_2) \models \Box_b p \vee \Diamond_a q$?	$(M, w_3) \models \Box_b p \vee \Diamond_a q$?

Relaciones múltiples



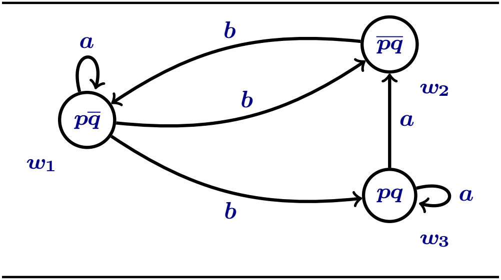
M

$(M, w_1) \models \Diamond_a \neg p$ ✗ $(M, w_2) \models \Diamond_a \neg p$? $(M, w_3) \models \Diamond_a \neg p$?

$(M, w_1) \models \Box_b (p \leftrightarrow q)$ ✓ $(M, w_2) \models \Box_b (p \leftrightarrow q)$? $(M, w_3) \models \Box_b (p \leftrightarrow q)$?

$(M, w_1) \models \Box_b p \vee \Diamond_a q$ ✗ $(M, w_2) \models \Box_b p \vee \Diamond_a q$? $(M, w_3) \models \Box_b p \vee \Diamond_a q$?

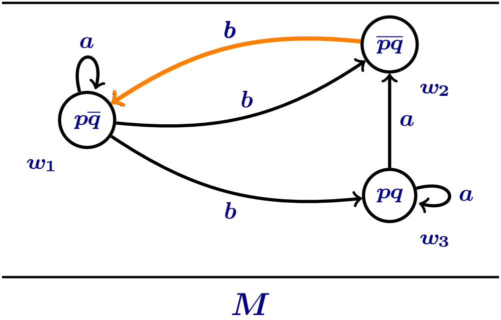
Relaciones múltiples



M

$(M, w_1) \models \Diamond_a \neg p$	✗	$(M, w_2) \models \Diamond_a \neg p$	✗	$(M, w_3) \models \Diamond_a \neg p$	?
$(M, w_1) \models \Box_b (p \leftrightarrow q)$	✓	$(M, w_2) \models \Box_b (p \leftrightarrow q)$	?	$(M, w_3) \models \Box_b (p \leftrightarrow q)$	?
$(M, w_1) \models \Box_b p \vee \Diamond_a q$	✗	$(M, w_2) \models \Box_b p \vee \Diamond_a q$	?	$(M, w_3) \models \Box_b p \vee \Diamond_a q$	?

Relaciones múltiples

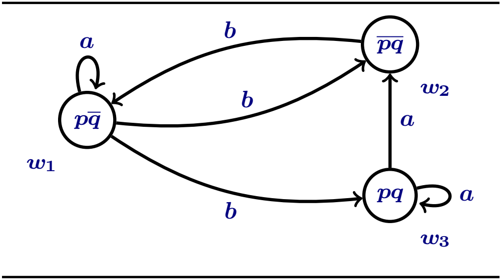


$(M, w_1) \models \Diamond_a \neg p$ ✗ $(M, w_2) \models \Diamond_a \neg p$ ✗ $(M, w_3) \models \Diamond_a \neg p$?

$(M, w_1) \models \Box_b (p \leftrightarrow q)$ ✓ $(M, w_2) \models \Box_b (p \leftrightarrow q)$? $(M, w_3) \models \Box_b (p \leftrightarrow q)$?

$(M, w_1) \models \Box_b p \vee \Diamond_a q$ ✗ $(M, w_2) \models \Box_b p \vee \Diamond_a q$? $(M, w_3) \models \Box_b p \vee \Diamond_a q$?

Relaciones múltiples



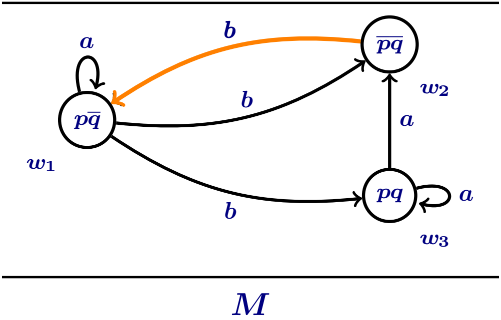
M

$(M, w_1) \models \Diamond_a \neg p$ ✗ $(M, w_2) \models \Diamond_a \neg p$ ✗ $(M, w_3) \models \Diamond_a \neg p$?

$(M, w_1) \models \Box_b (p \leftrightarrow q)$ ✓ $(M, w_2) \models \Box_b (p \leftrightarrow q)$ ✗ $(M, w_3) \models \Box_b (p \leftrightarrow q)$?

$(M, w_1) \models \Box_b p \vee \Diamond_a q$ ✗ $(M, w_2) \models \Box_b p \vee \Diamond_a q$? $(M, w_3) \models \Box_b p \vee \Diamond_a q$?

Relaciones múltiples

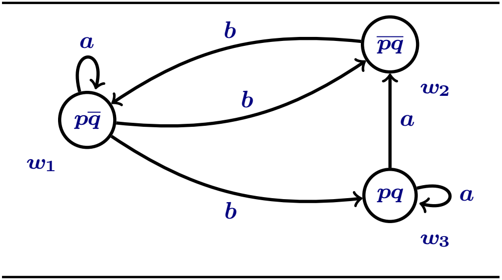


$(M, w_1) \models \Diamond_a \neg p$ ✗ $(M, w_2) \models \Diamond_a \neg p$ ✗ $(M, w_3) \models \Diamond_a \neg p$?

$(M, w_1) \models \Box_b (p \leftrightarrow q)$ ✓ $(M, w_2) \models \Box_b (p \leftrightarrow q)$ ✗ $(M, w_3) \models \Box_b (p \leftrightarrow q)$?

$(M, w_1) \models \Box_b\, p \vee \Diamond_a\, q$ ✗ $(M, w_2) \models \Box_b\, p \vee \Diamond_a\, q$? $(M, w_3) \models \Box_b\, p \vee \Diamond_a\, q$?

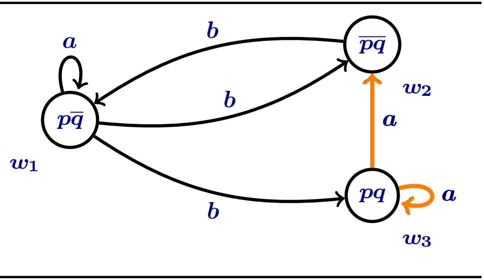
Relaciones múltiples



M

$(M, w_1) \models \Diamond_a \neg p$ ✗	$(M, w_2) \models \Diamond_a \neg p$ ✗	$(M, w_3) \models \Diamond_a \neg p$?
$(M, w_1) \models \Box_b (p \leftrightarrow q)$ ✓	$(M, w_2) \models \Box_b (p \leftrightarrow q)$ ✗	$(M, w_3) \models \Box_b (p \leftrightarrow q)$?
$(M, w_1) \models \Box_b p \vee \Diamond_a q$ ✗	$(M, w_2) \models \Box_b p \vee \Diamond_a q$ ✓	$(M, w_3) \models \Box_b p \vee \Diamond_a q$?

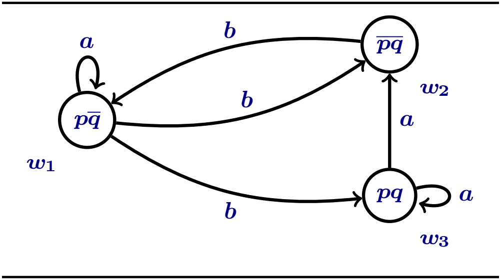
Relaciones múltiples



M

$(M, w_1) \models \Diamond_a \neg p$	✗	$(M, w_2) \models \Diamond_a \neg p$	✗	$(M, w_3) \models \Diamond_a \neg p$	?
$(M, w_1) \models \Box_b (p \leftrightarrow q)$	✓	$(M, w_2) \models \Box_b (p \leftrightarrow q)$	✗	$(M, w_3) \models \Box_b (p \leftrightarrow q)$	?
$(M, w_1) \models \Box_b p \vee \Diamond_a q$	✗	$(M, w_2) \models \Box_b p \vee \Diamond_a q$	✓	$(M, w_3) \models \Box_b p \vee \Diamond_a q$	?

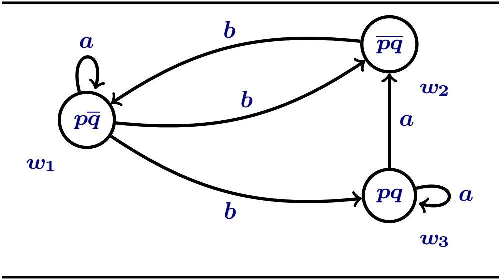
Relaciones múltiples



M

$(M, w_1) \models \Diamond_a \neg p$	✗	$(M, w_2) \models \Diamond_a \neg p$	✗	$(M, w_3) \models \Diamond_a \neg p$	✓
$(M, w_1) \models \Box_b (p \leftrightarrow q)$	✓	$(M, w_2) \models \Box_b (p \leftrightarrow q)$	✗	$(M, w_3) \models \Box_b (p \leftrightarrow q)$	?
$(M, w_1) \models \Box_b p \vee \Diamond_a q$	✗	$(M, w_2) \models \Box_b p \vee \Diamond_a q$	✓	$(M, w_3) \models \Box_b p \vee \Diamond_a q$	?

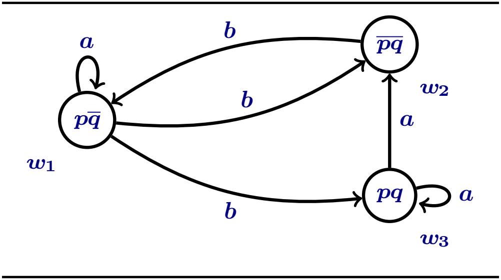
Relaciones múltiples



M

$(M, w_1) \models \Diamond_a \neg p$ ✗	$(M, w_2) \models \Diamond_a \neg p$ ✗	$(M, w_3) \models \Diamond_a \neg p$ ✓
$(M, w_1) \models \Box_b (p \leftrightarrow q)$ ✓	$(M, w_2) \models \Box_b (p \leftrightarrow q)$ ✗	$(M, w_3) \models \Box_b (p \leftrightarrow q)$?
$(M, w_1) \models \Box_b p \vee \Diamond_a q$ ✗	$(M, w_2) \models \Box_b p \vee \Diamond_a q$ ✓	$(M, w_3) \models \Box_b p \vee \Diamond_a q$?

Relaciones múltiples



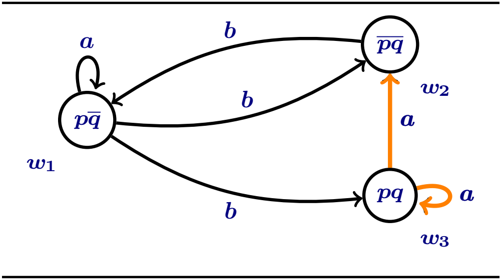
M

$(M, w_1) \models \Diamond_a \neg p$ ✗ $(M, w_2) \models \Diamond_a \neg p$ ✗ $(M, w_3) \models \Diamond_a \neg p$ ✓

$(M, w_1) \models \Box_b (p \leftrightarrow q)$ ✓ $(M, w_2) \models \Box_b (p \leftrightarrow q)$ ✗ $(M, w_3) \models \Box_b (p \leftrightarrow q)$ ✓

$(M, w_1) \models \Box_b\, p \vee \Diamond_a\, q$ ✗ $(M, w_2) \models \Box_b\, p \vee \Diamond_a\, q$ ✓ $(M, w_3) \models \Box_b\, p \vee \Diamond_a\, q$?

Relaciones múltiples



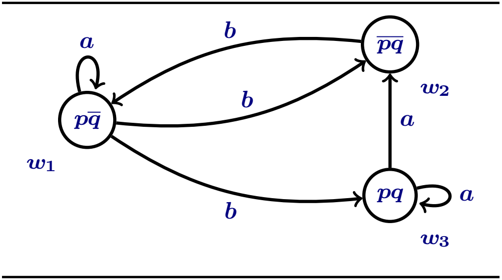
M

$(M, w_1) \models \Diamond_a \neg p$ ✗ $(M, w_2) \models \Diamond_a \neg p$ ✗ $(M, w_3) \models \Diamond_a \neg p$ ✓

$(M, w_1) \models \Box_b (p \leftrightarrow q)$ ✓ $(M, w_2) \models \Box_b (p \leftrightarrow q)$ ✗ $(M, w_3) \models \Box_b (p \leftrightarrow q)$ ✓

$(M, w_1) \models \Box_b\, p \vee \Diamond_a\, q$ ✗ $(M, w_2) \models \Box_b\, p \vee \Diamond_a\, q$ ✓ $(M, w_3) \models \Box_b\, p \vee \Diamond_a\, q$?

Relaciones múltiples



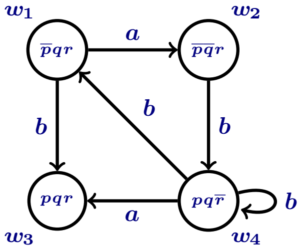
M

$(M, w_1) \models \Diamond_a \neg p$ ✗ $(M, w_2) \models \Diamond_a \neg p$ ✗ $(M, w_3) \models \Diamond_a \neg p$ ✓

$(M, w_1) \models \Box_b (p \leftrightarrow q)$ ✓ $(M, w_2) \models \Box_b (p \leftrightarrow q)$ ✗ $(M, w_3) \models \Box_b (p \leftrightarrow q)$ ✓

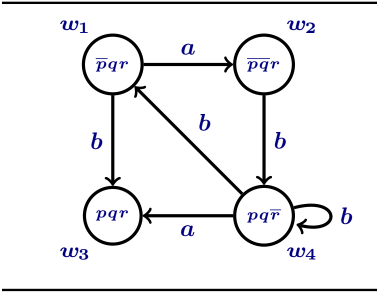
$(M, w_1) \models \Box_b\, p \lor \Diamond_a\, q$ ✗ $(M, w_2) \models \Box_b\, p \lor \Diamond_a\, q$ ✓ $(M, w_3) \models \Box_b\, p \lor \Diamond_a\, q$ ✓

Para practicar



M

Para practicar



M

Indique en que mundos son verdaderas las siguientes fórmulas.

$\Diamond_a \Diamond_b\, p$

$p \wedge \Box_b\, (q \wedge \Box_a\, r)$

$\Box_a\, (q \rightarrow \Diamond_a\, r)$

$\neg \Box_b\, r$

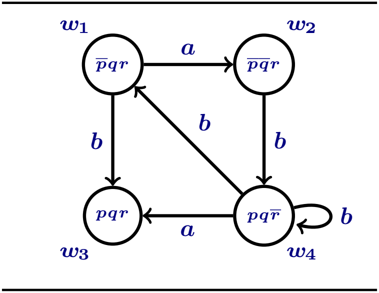
$\Box_a \Box_b\, r$

$r \rightarrow \Box_a\, q$

$\Diamond_a\, p \leftrightarrow \Diamond_b\, q$

$\Diamond_b\, p \rightarrow \Box_a\, r$

Para practicar

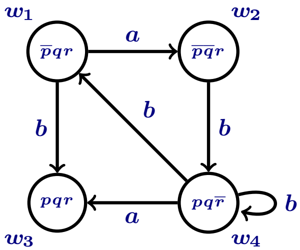


M

Indique en que mundos son verdaderas las siguientes fórmulas.

$\Diamond_a \Diamond_b p$	$\{w_1\}$	$\Box_a \Box_b r$
$p \land \Box_b (q \land \Box_a r)$		$r \rightarrow \Box_a q$
$\Box_a (q \rightarrow \Diamond_a r)$		$\Diamond_a p \leftrightarrow \Diamond_b q$
$\neg \Box_b r$		$\Diamond_b p \rightarrow \Box_a r$

Para practicar

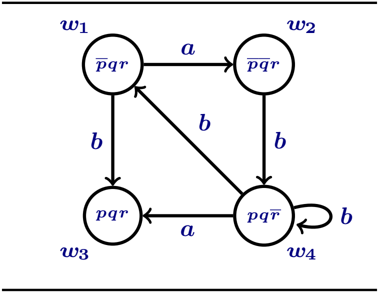


M

Indique en que mundos son verdaderas las siguientes fórmulas.

$\Diamond_a \Diamond_b p$	$\{w_1\}$	$\Box_a \Box_b r$	$\{w_2, w_3, w_4\}$
$p \land \Box_b (q \land \Box_a r)$		$r \rightarrow \Box_a q$	
$\Box_a (q \rightarrow \Diamond_a r)$		$\Diamond_a p \leftrightarrow \Diamond_b q$	
$\neg \Box_b r$		$\Diamond_b p \rightarrow \Box_a r$	

Para practicar

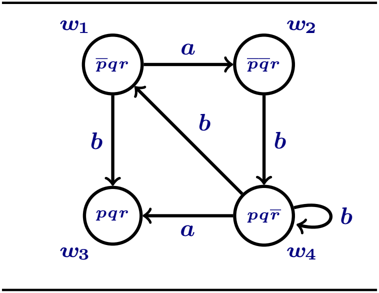


M

Indique en que mundos son verdaderas las siguientes fórmulas.

$\Diamond_a \Diamond_b p$	$\{w_1\}$	$\Box_a \Box_b r$	$\{w_2, w_3, w_4\}$
$p \wedge \Box_b (q \wedge \Box_a r)$	$\{w_3, w_4\}$	$r \longrightarrow \Box_a q$	
$\Box_a (q \longrightarrow \Diamond_a r)$		$\Diamond_a p \leftrightarrow \Diamond_b q$	
$\neg \Box_b r$		$\Diamond_b p \longrightarrow \Box_a r$	

Para practicar

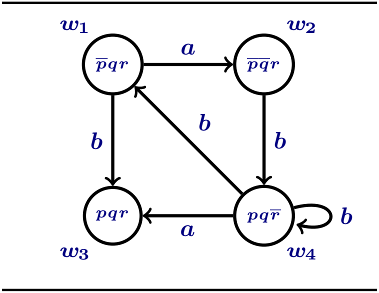


M

Indique en que mundos son verdaderas las siguientes fórmulas.

$\Diamond_a \Diamond_b p$	$\{w_1\}$	$\Box_a \Box_b r$	$\{w_2, w_3, w_4\}$
$p \wedge \Box_b (q \wedge \Box_a r)$	$\{w_3, w_4\}$	$r \longrightarrow \Box_a q$	$\{w_2, w_3, w_4\}$
$\Box_a (q \longrightarrow \Diamond_a r)$		$\Diamond_a p \leftrightarrow \Diamond_b q$	
$\neg \Box_b r$		$\Diamond_b p \longrightarrow \Box_a r$	

Para practicar

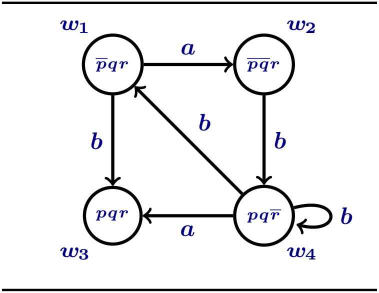


M

Indique en que mundos son verdaderas las siguientes fórmulas.

$\Diamond_a \Diamond_b p$	$\{w_1\}$	$\Box_a \Box_b r$	$\{w_2, w_3, w_4\}$
$p \wedge \Box_b (q \wedge \Box_a r)$	$\{w_3, w_4\}$	$r \longrightarrow \Box_a q$	$\{w_2, w_3, w_4\}$
$\Box_a (q \longrightarrow \Diamond_a r)$	$\{w_1, w_2, w_3\}$	$\Diamond_a p \leftrightarrow \Diamond_b q$	
$\neg \Box_b r$		$\Diamond_b p \longrightarrow \Box_a r$	

Para practicar

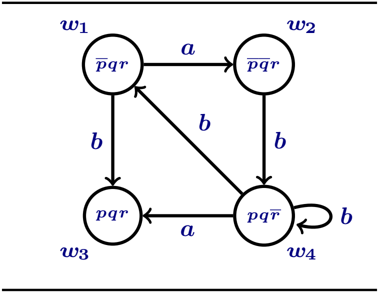


M

Indique en que mundos son verdaderas las siguientes fórmulas.

$\Diamond_a \Diamond_b p$	$\{w_1\}$	$\Box_a \Box_b r$	$\{w_2, w_3, w_4\}$
$p \land \Box_b (q \land \Box_a r)$	$\{w_3, w_4\}$	$r \rightarrow \Box_a q$	$\{w_2, w_3, w_4\}$
$\Box_a (q \rightarrow \Diamond_a r)$	$\{w_1, w_2, w_3\}$	$\Diamond_a p \leftrightarrow \Diamond_b q$	$\{w_3, w_4\}$
$\neg \Box_b r$		$\Diamond_b p \rightarrow \Box_a r$	

Para practicar

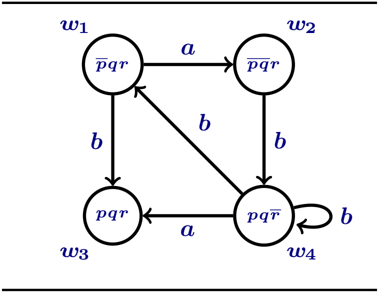


M

Indique en que mundos son verdaderas las siguientes fórmulas.

$\Diamond_a \Diamond_b p$	$\{w_1\}$	$\Box_a \Box_b r$	$\{w_2, w_3, w_4\}$
$p \land \Box_b (q \land \Box_a r)$	$\{w_3, w_4\}$	$r \rightarrow \Box_a q$	$\{w_2, w_3, w_4\}$
$\Box_a (q \rightarrow \Diamond_a r)$	$\{w_1, w_2, w_3\}$	$\Diamond_a p \leftrightarrow \Diamond_b q$	$\{w_3, w_4\}$
$\neg\Box_b r$	$\{w_2, w_4\}$	$\Diamond_b p \rightarrow \Box_a r$	

Para practicar



M

Indique en que mundos son verdaderas las siguientes fórmulas.

$\Diamond_a \Diamond_b p$	$\{w_1\}$	$\Box_a \Box_b r$	$\{w_2, w_3, w_4\}$
$p \wedge \Box_b (q \wedge \Box_a r)$	$\{w_3, w_4\}$	$r \rightarrow \Box_a q$	$\{w_2, w_3, w_4\}$
$\Box_a (q \rightarrow \Diamond_a r)$	$\{w_1, w_2, w_3\}$	$\Diamond_a p \leftrightarrow \Diamond_b q$	$\{w_3, w_4\}$
$\neg \Box_b r$	$\{w_2, w_4\}$	$\Diamond_b p \rightarrow \Box_a r$	$\{w_1, w_2, w_3, w_4\}$

Fórmulas válidas (1)

Algunas fórmulas válidas:

Fórmulas válidas (1)

Algunas fórmulas válidas:

$$\Box(\varphi \to \psi) \to (\Box\varphi \to \Box\psi)$$

Fórmulas válidas (1)

Algunas fórmulas válidas:

$$\Box(\varphi \to \psi) \to (\Box\varphi \to \Box\psi)$$

$$\Diamond\varphi \leftrightarrow \neg\Box\neg\varphi$$

Fórmulas válidas (1)

Algunas fórmulas válidas:

$$\Box(\varphi \rightarrow \psi) \rightarrow (\Box\varphi \rightarrow \Box\psi)$$

$$\Diamond\varphi \leftrightarrow \neg\Box\neg\varphi \qquad \Box\varphi \leftrightarrow \neg\Diamond\neg\varphi$$

Fórmulas válidas (1)

Algunas fórmulas válidas:

$$\Box(\varphi \rightarrow \psi) \rightarrow (\Box\varphi \rightarrow \Box\psi)$$

$$\Diamond\varphi \leftrightarrow \neg\Box\neg\varphi \qquad\qquad \Box\varphi \leftrightarrow \neg\Diamond\neg\varphi$$

$$\Diamond(\varphi \vee \psi) \leftrightarrow (\Diamond\varphi \vee \Diamond\psi)$$

Fórmulas válidas (1)

Algunas fórmulas válidas:

$$\Box(\varphi \to \psi) \to (\Box\varphi \to \Box\psi)$$

$$\Diamond\varphi \leftrightarrow \neg\Box\neg\varphi \qquad \Box\varphi \leftrightarrow \neg\Diamond\neg\varphi$$

$$\Diamond(\varphi \vee \psi) \leftrightarrow (\Diamond\varphi \vee \Diamond\psi) \qquad \Box(\varphi \wedge \psi) \leftrightarrow (\Box\varphi \wedge \Box\psi)$$

Fórmulas válidas (2)

Algunas fórmulas que son válidas en circunstancias especiales:

Fórmulas válidas (2)

Algunas fórmulas que son válidas en circunstancias especiales:

- Si trabajamos únicamente con modelos en los cuales la relación $\boldsymbol{R}$ es **reflexiva** entonces la siguiente fórmula, el principio de **veracidad**, es válida:

$$\Box\varphi \rightarrow \varphi$$

Fórmulas válidas (2)

Algunas fórmulas que son válidas en circunstancias especiales:

- Si trabajamos únicamente con modelos en los cuales la relación $\boldsymbol{R}$ es **reflexiva** entonces la siguiente fórmula, el principio de **veracidad**, es válida:

$$\Box\,\varphi \longrightarrow \varphi$$

- Si trabajamos únicamente con modelos en los cuales la relación $\boldsymbol{R}$ es **transitiva** entonces la siguiente fórmula, el principio de **introspección positiva**, es válida:

$$\Box\,\varphi \longrightarrow \Box\,\Box\,\varphi$$

Fórmulas válidas (2)

Algunas fórmulas que son válidas en circunstancias especiales:

- Si trabajamos únicamente con modelos en los cuales la relación $\boldsymbol{R}$ es **reflexiva** entonces la siguiente fórmula, el principio de **veracidad**, es válida:

$$\Box\varphi \longrightarrow \varphi$$

- Si trabajamos únicamente con modelos en los cuales la relación $\boldsymbol{R}$ es **transitiva** entonces la siguiente fórmula, el principio de **introspección positiva**, es válida:

$$\Box\varphi \longrightarrow \Box\Box\varphi$$

- Si trabajamos únicamente con modelos en los cuales la relación $\boldsymbol{R}$ es **simétrica** entonces la siguiente fórmula es válida:

$$\varphi \longrightarrow \Box\Diamond\varphi$$

Fórmulas válidas (2)

Algunas fórmulas que son válidas en circunstancias especiales:

- Si trabajamos únicamente con modelos en los cuales la relación $\boldsymbol{R}$ es **reflexiva** entonces la siguiente fórmula, el principio de **veracidad**, es válida:

$$\Box\varphi \rightarrow \varphi$$

- Si trabajamos únicamente con modelos en los cuales la relación $\boldsymbol{R}$ es **transitiva** entonces la siguiente fórmula, el principio de **introspección positiva**, es válida:

$$\Box\varphi \rightarrow \Box\Box\varphi$$

- Si trabajamos únicamente con modelos en los cuales la relación $\boldsymbol{R}$ es **simétrica** entonces la siguiente fórmula es válida:

$$\varphi \rightarrow \Box\Diamond\varphi$$

- Si trabajamos únicamente con modelos en los cuales la relación $\boldsymbol{R}$ es **euclideana** entonces la siguiente fórmula, el principio de **introspección negativa**, es válida:

$$\neg\Box\varphi \rightarrow \Box\neg\Box\varphi$$

El sistema K

Las fórmulas válidas de la lógica epistémica pueden ser derivadas a partir de los siguientes principios:

El sistema K

Las fórmulas válidas de la lógica epistémica pueden ser derivadas a partir de los siguientes principios:

1. Todas las tautologías proposicionales.

El sistema K

Las fórmulas válidas de la lógica epistémica pueden ser derivadas a partir de los siguientes principios:

1. Todas las tautologías proposicionales.
2. $\Box(\varphi \rightarrow \psi) \rightarrow (\Box\varphi \rightarrow \Box\psi)$

El sistema K

Las fórmulas válidas de la lógica epistémica pueden ser derivadas a partir de los siguientes principios:

1. Todas las tautologías proposicionales.
2. $\Box(\varphi \to \psi) \to (\Box\varphi \to \Box\psi)$
3. **Modus ponens** (MP): si tienes φ y $\varphi \to \psi$, entonces deriva ψ.

El sistema K

Las fórmulas válidas de la lógica epistémica pueden ser derivadas a partir de los siguientes principios:

1. Todas las tautologías proposicionales.
2. $\Box(\varphi \rightarrow \psi) \rightarrow (\Box\varphi \rightarrow \Box\psi)$
3. **Modus ponens** (MP): si tienes φ y $\varphi \rightarrow \psi$, entonces deriva ψ.
4. **Necessitation** (Nec): si tienes φ, entonces deriva $\Box\varphi$.

El sistema K

Las fórmulas válidas de la lógica epistémica pueden ser derivadas a partir de los siguientes principios:

1. Todas las tautologías proposicionales.
2. $\Box(\varphi \rightarrow \psi) \rightarrow (\Box\varphi \rightarrow \Box\psi)$
3. **Modus ponens** (MP): si tienes φ y $\varphi \rightarrow \psi$, entonces deriva ψ.
4. **Necessitation** (Nec): si tienes φ, entonces deriva $\Box\varphi$.

Un **teorema** es una fórmula que puede ser derivada en un número **finito** de pasos siguiendo los principios anteriores.

Ejemplo

Demuestre que $\varphi \longrightarrow \psi$ implica $\Box\varphi \longrightarrow \Box\psi$

Ejemplo

Demuestre que $\varphi \to \psi$ implica $\Box\varphi \to \Box\psi$

1.	$\varphi \to \psi$	Suposición

Ejemplo

Demuestre que $\varphi \longrightarrow \psi$ implica $\Box\varphi \longrightarrow \Box\psi$

1.	$\varphi \longrightarrow \psi$	Suposición
2.	$\Box(\varphi \longrightarrow \psi)$	Nec sobre paso 1

Ejemplo

Demuestre que $\varphi \longrightarrow \psi$ implica $\Box\varphi \longrightarrow \Box\psi$

1.	$\varphi \longrightarrow \psi$	Suposición
2.	$\Box(\varphi \longrightarrow \psi)$	Nec sobre paso 1
3.	$\Box(\varphi \longrightarrow \psi) \longrightarrow (\Box\varphi \longrightarrow \Box\psi)$	Axioma 2

Ejemplo

Demuestre que $\varphi \longrightarrow \psi$ implica $\Box\,\varphi \longrightarrow \Box\,\psi$

1.	$\varphi \longrightarrow \psi$	Suposición
2.	$\Box\,(\varphi \longrightarrow \psi)$	Nec sobre paso 1
3.	$\Box\,(\varphi \longrightarrow \psi) \longrightarrow (\Box\,\varphi \longrightarrow \Box\,\psi)$	Axioma 2
4.	$\Box\,\varphi \longrightarrow \Box\,\psi$	MP sobre pasos 2 y 3

Otros sistemas

Otros sistemas

$$T := K + \textit{veracidad}\ (\Box\,\varphi \rightarrow \varphi)$$

Otros sistemas

$$T := K + \textit{veracidad}\ (\Box\,\varphi \rightarrow \varphi)$$

$$S4 := T + \textit{introspección positiva}\ (\Box\,\varphi \rightarrow \Box\,\Box\,\varphi)$$

Otros sistemas

$$T := K + \textit{veracidad}\ (\Box\,\varphi \rightarrow \varphi)$$

$$S4 := T + \textit{introspección positiva}\ (\Box\,\varphi \rightarrow \Box\,\Box\,\varphi)$$

$$S5 := S4 + \varphi \rightarrow \Box\,\Diamond\,\varphi$$

$$S4 + \textit{introspección negativa}\ (\neg\Box\,\varphi \rightarrow \Box\,\neg\Box\,\varphi)$$

La idea

La idea

Un **ajuste** con φ **elimina** aquellas situaciones en las cuales φ es falsa.

La idea

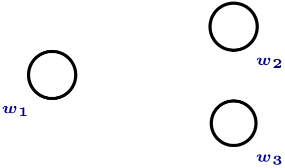
Un **ajuste** con φ **elimina** aquellas situaciones en las cuales φ es falsa.

Si tenemos el modelo $M = \langle \quad , \quad , \quad \rangle$

La idea

Un **ajuste** con φ **elimina** aquellas situaciones en las cuales φ es falsa.

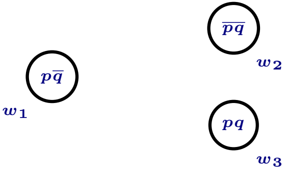
Si tenemos el modelo $M = \langle W, \quad , \quad \rangle$



La idea

Un **ajuste** con φ **elimina** aquellas situaciones en las cuales φ es falsa.

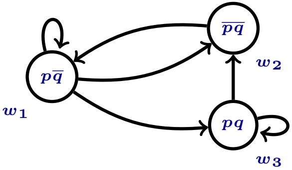
Si tenemos el modelo $M = \langle W, \quad, V \rangle$



La idea

Un **ajuste** con φ **elimina** aquellas situaciones en las cuales φ es falsa.

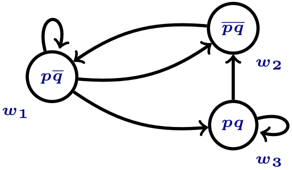
Si tenemos el modelo $M = \langle W, R, V \rangle$



La idea

Un **ajuste** con φ **elimina** aquellas situaciones en las cuales φ es falsa.

Si tenemos el modelo $M = \langle W, R, V \rangle$

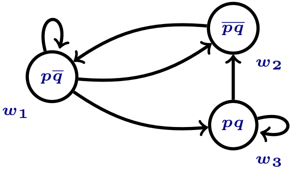


entonces ajustando con p produce el modelo $M|_p = \langle \quad , \quad , \quad \rangle$

La idea

Un **ajuste** con φ **elimina** aquellas situaciones en las cuales φ es falsa.

Si tenemos el modelo $M = \langle W, R, V \rangle$

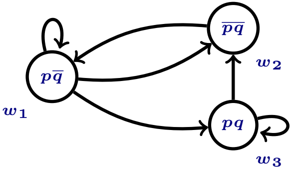


entonces ajustando con p produce el modelo $M|_p = \langle W', \quad , \quad \rangle$

La idea

Un **ajuste** con φ **elimina** aquellas situaciones en las cuales φ es falsa.

Si tenemos el modelo $M = \langle W, R, V \rangle$

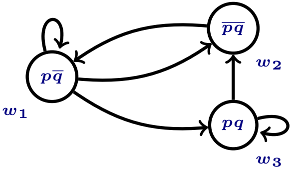


entonces ajustando con p produce el modelo $M|_p = \langle W', \quad , V' \rangle$

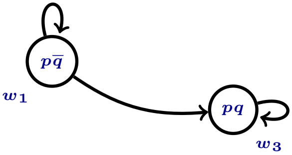
La idea

Un **ajuste** con φ **elimina** aquellas situaciones en las cuales φ es falsa.

Si tenemos el modelo $M = \langle W, R, V \rangle$



entonces ajustando con p produce el modelo $M|_p = \langle W', R', V' \rangle$



Formalmente,

Sea $\boldsymbol{M} = \langle \boldsymbol{W}, \boldsymbol{R_i}, \boldsymbol{V} \rangle$ un modelo y φ una fórmula.

Formalmente,

Sea $\boldsymbol{M} = \langle \boldsymbol{W}, \boldsymbol{R_i}, \boldsymbol{V} \rangle$ un modelo y φ una fórmula.

El modelo $\boldsymbol{M}|_{\varphi} = \langle \boldsymbol{W'}, \boldsymbol{R'_i}, \boldsymbol{V'} \rangle$, $\boldsymbol{M}$ **restringido bajo** φ, se define como:

Formalmente,

Sea $\boldsymbol{M} = \langle \boldsymbol{W}, \boldsymbol{R_i}, \boldsymbol{V} \rangle$ un modelo y φ una fórmula.

El modelo $\boldsymbol{M}|_{\varphi} = \langle \boldsymbol{W'}, \boldsymbol{R'_i}, \boldsymbol{V'} \rangle$, $\boldsymbol{M}$ **restringido bajo** φ, se define como:

$$\boldsymbol{W'} := \{\boldsymbol{w} \in \boldsymbol{W} \mid (\boldsymbol{M}, \boldsymbol{w}) \models \varphi\}.$$

Formalmente,

Sea $M = \langle W, R_i, V \rangle$ un modelo y φ una fórmula.

El modelo $M|_\varphi = \langle W', R'_i, V' \rangle$, M **restringido bajo** φ, se define como:

$$W' := \{w \in W \mid (M, w) \models \varphi\}.$$

$$R'_i := R_i \cap (W' \times W').$$

Formalmente,

Sea $\boldsymbol{M} = \langle \boldsymbol{W}, \boldsymbol{R_i}, \boldsymbol{V} \rangle$ un modelo y φ una fórmula.

El modelo $\boldsymbol{M}|_{\varphi} = \langle \boldsymbol{W'}, \boldsymbol{R'_i}, \boldsymbol{V'} \rangle$, $\boldsymbol{M}$ **restringido bajo** φ, se define como:

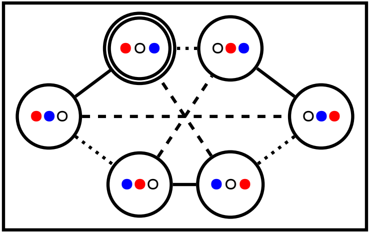
$$\begin{aligned} \boldsymbol{W'} &:= \{\boldsymbol{w} \in \boldsymbol{W} \mid (\boldsymbol{M}, \boldsymbol{w}) \models \varphi\}. \\ \boldsymbol{R'_i} &:= \boldsymbol{R_i} \cap (\boldsymbol{W'} \times \boldsymbol{W'}). \\ \boldsymbol{V'}(\boldsymbol{w}) &:= \boldsymbol{V}(\boldsymbol{w}). \end{aligned}$$

Ejemplo

Todos saben que carta tienen:

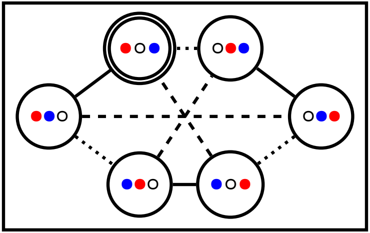
Ejemplo

Todos saben que carta tienen:



Ejemplo

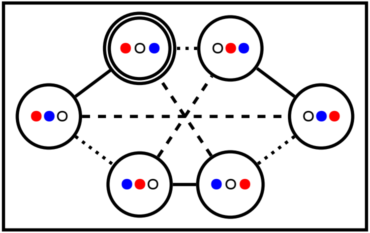
Todos saben que carta tienen:



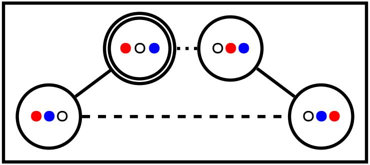
El jugador **1** anuncia públicamente: **"No tengo la carta azul"** ($\neg \mathbf{1}_b$).

Ejemplo

Todos saben que carta tienen:



El jugador **1** anuncia públicamente: **"No tengo la carta azul"** ($\neg \mathbf{1}_b$).



Sintácticamente,

Sintácticamente,

Introducimos nuevas fórmulas para expresar el efecto de anuncios públicos:

Sintácticamente,

Introducimos nuevas fórmulas para expresar el efecto de anuncios públicos:

$[!\varphi]\,\psi$ **"Si φ puede ser anunciada, después de hacerlo ψ es verdadera"**.

Sintácticamente,

Introducimos nuevas fórmulas para expresar el efecto de anuncios públicos:

$[!\varphi]\,\psi$	**"Si φ puede ser anunciada, después de hacerlo ψ es verdadera".**
$\langle !\varphi\rangle\,\psi$	**"φ puede ser anunciada, y después de hacerlo ψ es verdadera".**

Sintácticamente,

Introducimos nuevas fórmulas para expresar el efecto de anuncios públicos:

$[!\varphi]\,\psi$ — **“Si φ puede ser anunciada, después de hacerlo ψ es verdadera”.**

$\langle !\varphi \rangle\,\psi$ — **“φ puede ser anunciada, y después de hacerlo ψ es verdadera”.**

Más formalmente,

Sintácticamente,

Introducimos nuevas fórmulas para expresar el efecto de anuncios públicos:

$[!\varphi]\,\psi$	**“Si φ puede ser anunciada, después de hacerlo ψ es verdadera”.**
$\langle !\varphi \rangle\,\psi$	**“φ puede ser anunciada, y después de hacerlo ψ es verdadera”.**

Más formalmente,

$$(M, w) \models [!\varphi]\,\psi \qquad \text{ssi}$$

Sintácticamente,

Introducimos nuevas fórmulas para expresar el efecto de anuncios públicos:

$[!\varphi]\,\psi$	**"Si φ puede ser anunciada, después de hacerlo ψ es verdadera".**
$\langle!\varphi\rangle\,\psi$	**"φ puede ser anunciada, y después de hacerlo ψ es verdadera".**

Más formalmente,

$$(M, w) \models [!\varphi]\,\psi \quad \text{ssi} \quad (M, w) \models \varphi \;\; \text{implica} \;\; (M|_\varphi, w) \models \psi$$

Sintácticamente,

Introducimos nuevas fórmulas para expresar el efecto de anuncios públicos:

$[!\varphi]\,\psi$	**"Si φ puede ser anunciada, después de hacerlo ψ es verdadera".**
$\langle !\varphi \rangle\,\psi$	**"φ puede ser anunciada, y después de hacerlo ψ es verdadera".**

Más formalmente,

$$(M, w) \models [!\varphi]\,\psi \quad \text{ssi} \quad (M, w) \models \varphi \ \text{ implica } \ (M|_{\varphi}, w) \models \psi$$

$$(M, w) \models \langle !\varphi \rangle\,\psi \quad \text{ssi}$$

Sintácticamente,

Introducimos nuevas fórmulas para expresar el efecto de anuncios públicos:

$[!\varphi]\,\psi$ **"Si φ puede ser anunciada, después de hacerlo ψ es verdadera".**

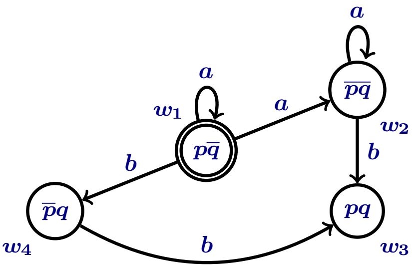
$\langle !\varphi\rangle\,\psi$ **"φ puede ser anunciada, y después de hacerlo ψ es verdadera".**

Más formalmente,

$$(\boldsymbol{M}, \boldsymbol{w}) \models [!\varphi]\,\psi \quad \text{ssi} \quad (\boldsymbol{M}, \boldsymbol{w}) \models \varphi \ \text{ implica } \ (\boldsymbol{M}|_{\varphi}, \boldsymbol{w}) \models \psi$$

$$(\boldsymbol{M}, \boldsymbol{w}) \models \langle !\varphi\rangle\,\psi \quad \text{ssi} \quad (\boldsymbol{M}, \boldsymbol{w}) \models \varphi \ \text{ y } \ (\boldsymbol{M}|_{\varphi}, \boldsymbol{w}) \models \psi$$

Ejemplos



$(M, w_1) \models [!p]\,(q \wedge \neg q)$?

$(M, w_1) \models [!q]\,(q \wedge \neg q)$?

$(M, w_1) \models \langle !\neg q \rangle\, \Diamond_b\, q$?

$(M, w_1) \models [!\Diamond_b\, \neg p]\, \Box_a\, p$?

$(M, w_1) \models p \rightarrow [!p]\, p$?

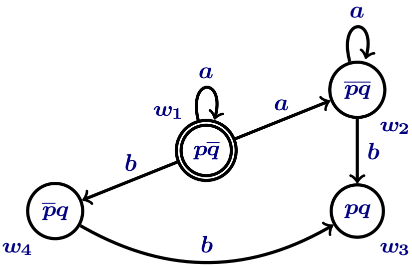
$(M, w_1) \models \langle !p \rangle\,(q \wedge \neg q)$?

$(M, w_1) \models \langle !q \rangle\,(q \wedge \neg q)$?

$(M, w_1) \models \langle !(p \vee q) \rangle\, \Box_a\, p$?

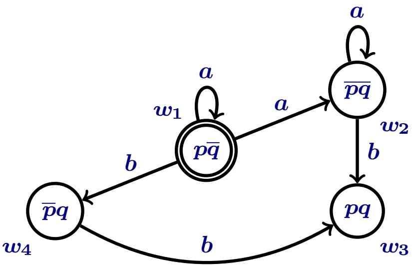
$(M, w_1) \models \langle !\Box_a\, \neg q \rangle\, \neg q$?

Ejemplos



$(M, w_1) \models [!p]\,(q \land \neg q)$ ✗	$(M, w_1) \models \langle !p \rangle\,(q \land \neg q)$?
$(M, w_1) \models [!q]\,(q \land \neg q)$?	$(M, w_1) \models \langle !q \rangle\,(q \land \neg q)$?
$(M, w_1) \models \langle !\neg q \rangle\,\Diamond_b\, q$?	$(M, w_1) \models \langle !(p \lor q) \rangle\,\Box_a\, p$?
$(M, w_1) \models [!\Diamond_b\, \neg p]\,\Box_a\, p$?	$(M, w_1) \models \langle !\Box_a\, \neg q \rangle\,\neg q$?
$(M, w_1) \models p \rightarrow [!p]\,p$?	

Ejemplos



$(M, w_1) \models [!p]\,(q \wedge \neg q)$ ✗

$(M, w_1) \models [!q]\,(q \wedge \neg q)$?

$(M, w_1) \models \langle !\neg q\rangle\,\Diamond_b\, q$?

$(M, w_1) \models [!\Diamond_b\,\neg p]\,\Box_a\, p$?

$(M, w_1) \models p \rightarrow [!p]\, p$?

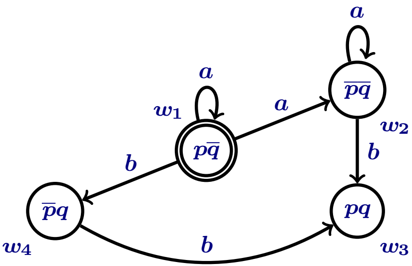
$(M, w_1) \models \langle !p\rangle\,(q \wedge \neg q)$ ✗

$(M, w_1) \models \langle !q\rangle\,(q \wedge \neg q)$?

$(M, w_1) \models \langle !(p \vee q)\rangle\,\Box_a\, p$?

$(M, w_1) \models \langle !\Box_a\,\neg q\rangle\,\neg q$?

Ejemplos



$(M, w_1) \models [!p]\,(q \land \neg q)$ ✗

$(M, w_1) \models [!q]\,(q \land \neg q)$ ✓

$(M, w_1) \models \langle !\neg q \rangle\, \Diamond_b\, q$?

$(M, w_1) \models [!\Diamond_b \neg p]\, \Box_a\, p$?

$(M, w_1) \models p \rightarrow [!p]\, p$?

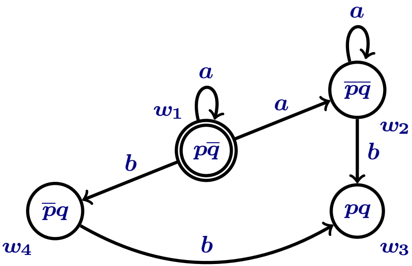
$(M, w_1) \models \langle !p \rangle\,(q \land \neg q)$ ✗

$(M, w_1) \models \langle !q \rangle\,(q \land \neg q)$?

$(M, w_1) \models \langle !(p \lor q) \rangle\, \Box_a\, p$?

$(M, w_1) \models \langle !\Box_a \neg q \rangle\, \neg q$?

Ejemplos



$(M, w_1) \models [!p]\,(q \wedge \neg q)$ ✗

$(M, w_1) \models [!q]\,(q \wedge \neg q)$ ✓

$(M, w_1) \models \langle !\neg q \rangle\, \Diamond_b\, q$?

$(M, w_1) \models [!\Diamond_b \neg p]\, \Box_a\, p$?

$(M, w_1) \models p \rightarrow [!p]\, p$?

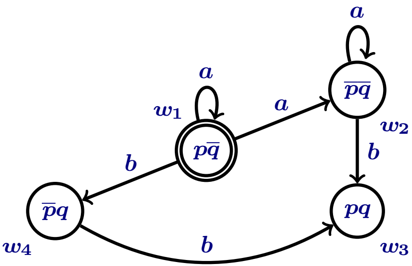
$(M, w_1) \models \langle !p \rangle\,(q \wedge \neg q)$ ✗

$(M, w_1) \models \langle !q \rangle\,(q \wedge \neg q)$ ✗

$(M, w_1) \models \langle !(p \vee q) \rangle\, \Box_a\, p$?

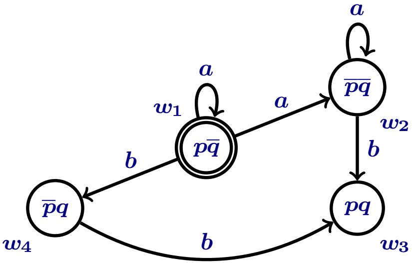
$(M, w_1) \models \langle !\Box_a \neg q \rangle\, \neg q$?

Ejemplos



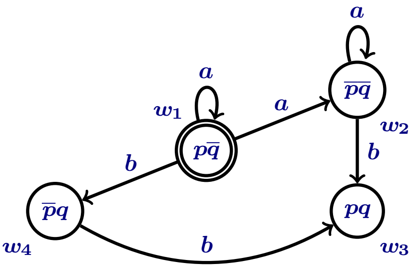
$(M, w_1) \models [!p]\,(q \wedge \neg q)$	✗	$(M, w_1) \models \langle !p \rangle\,(q \wedge \neg q)$	✗
$(M, w_1) \models [!q]\,(q \wedge \neg q)$	✓	$(M, w_1) \models \langle !q \rangle\,(q \wedge \neg q)$	✗
$(M, w_1) \models \langle !\neg q \rangle\,\Diamond_b\, q$	✗	$(M, w_1) \models \langle !(p \vee q) \rangle\,\Box_a\, p$	?
$(M, w_1) \models [!\Diamond_b \neg p]\,\Box_a\, p$	?	$(M, w_1) \models \langle !\Box_a \neg q \rangle\,\neg q$	?
$(M, w_1) \models p \rightarrow [!p]\,p$	?		

Ejemplos



$(M, w_1) \models [!p]\,(q \land \neg q)$	✗	$(M, w_1) \models \langle !p \rangle\,(q \land \neg q)$	✗
$(M, w_1) \models [!q]\,(q \land \neg q)$	✓	$(M, w_1) \models \langle !q \rangle\,(q \land \neg q)$	✗
$(M, w_1) \models \langle !\neg q \rangle\, \Diamond_b\, q$	✗	$(M, w_1) \models \langle !(p \lor q) \rangle\, \Box_a\, p$	✓
$(M, w_1) \models [!\Diamond_b \neg p]\, \Box_a\, p$	?	$(M, w_1) \models \langle !\Box_a \neg q \rangle\, \neg q$	?
$(M, w_1) \models p \to [!p]\, p$	?		

Ejemplos



$(M, w_1) \models [!p]\,(q \wedge \neg q)$ ✗

$(M, w_1) \models [!q]\,(q \wedge \neg q)$ ✓

$(M, w_1) \models \langle !\neg q \rangle\, \Diamond_b\, q$ ✗

$(M, w_1) \models [!\Diamond_b\, \neg p]\, \Box_a\, p$ ✓

$(M, w_1) \models p \rightarrow [!p]\, p$?

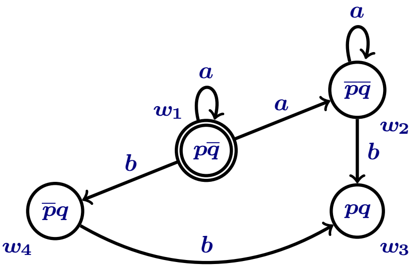
$(M, w_1) \models \langle !p \rangle\,(q \wedge \neg q)$ ✗

$(M, w_1) \models \langle !q \rangle\,(q \wedge \neg q)$ ✗

$(M, w_1) \models \langle !(p \vee q) \rangle\, \Box_a\, p$ ✓

$(M, w_1) \models \langle !\Box_a\, \neg q \rangle\, \neg q$?

Ejemplos



$(M, w_1) \models [!p]\,(q \land \neg q)$ ✗

$(M, w_1) \models [!q]\,(q \land \neg q)$ ✓

$(M, w_1) \models \langle !\neg q \rangle\, \Diamond_b\, q$ ✗

$(M, w_1) \models [!\Diamond_b\, \neg p]\, \Box_a\, p$ ✓

$(M, w_1) \models p \rightarrow [!p]\, p$?

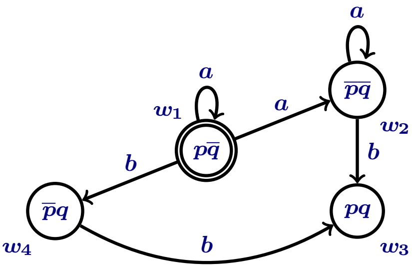
$(M, w_1) \models \langle !p \rangle\,(q \land \neg q)$ ✗

$(M, w_1) \models \langle !q \rangle\,(q \land \neg q)$ ✗

$(M, w_1) \models \langle !(p \lor q) \rangle\, \Box_a\, p$ ✓

$(M, w_1) \models \langle !\Box_a\, \neg q \rangle\, \neg q$ ✓

Ejemplos



$(M, w_1) \models [!p]\,(q \wedge \neg q)$ ✗

$(M, w_1) \models [!q]\,(q \wedge \neg q)$ ✓

$(M, w_1) \models \langle !\neg q \rangle\, \Diamond_b\, q$ ✗

$(M, w_1) \models [!\Diamond_b\, \neg p]\, \Box_a\, p$ ✓

$(M, w_1) \models p \rightarrow [!p]\, p$ ✓

$(M, w_1) \models \langle !p \rangle\,(q \wedge \neg q)$ ✗

$(M, w_1) \models \langle !q \rangle\,(q \wedge \neg q)$ ✗

$(M, w_1) \models \langle !(p \vee q) \rangle\, \Box_a\, p$ ✓

$(M, w_1) \models \langle !\Box_a\, \neg q \rangle\, \neg q$ ✓